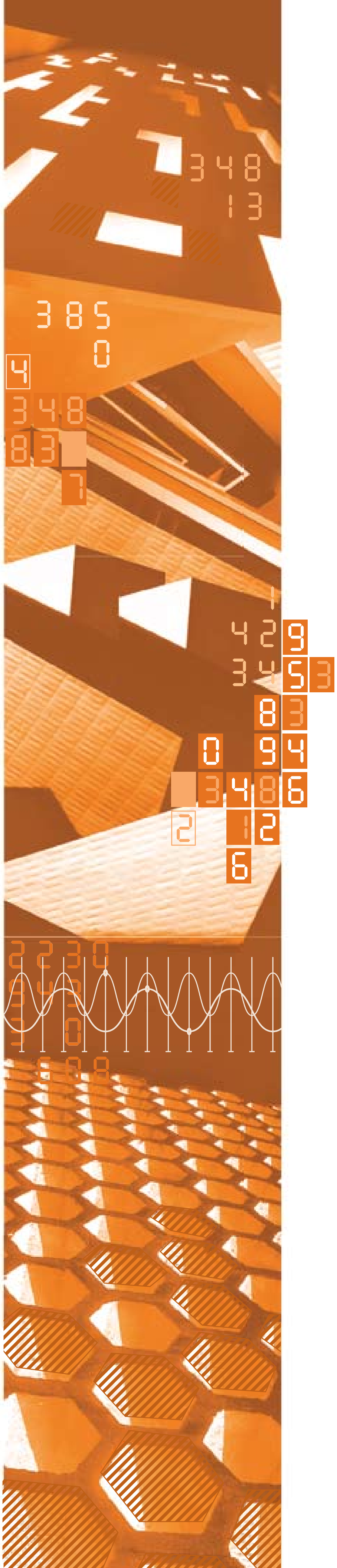


serie enfoques

Respuestas y soluciones

Matemática II

De la práctica a la formalización

Liliana Edith Kurzrok
Claudia Comparatore
Silvia Viviana Altman

longseller
EDUCACIÓN

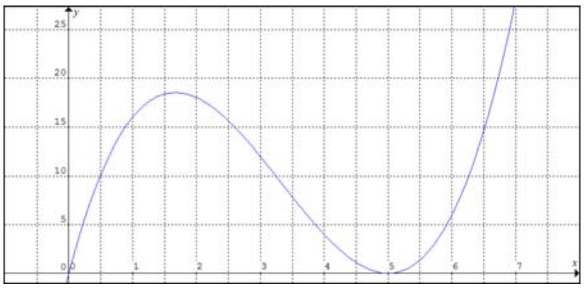
CAPÍTULO 1
FUNCIONES Y ECUACIONES POLINÓMICAS

PÁG. 8

1. Sí, se puede afirmar, porque como f(x) es continua en el intervalo [0; 1] y f (0) = 2 y f (1) = 5, entonces según el Teorema de Cauchy existe un x Є [0; 1] tal que f(x) = 2,8.

2. a) A los tres días de salir el globo estará a 12 m.

b)



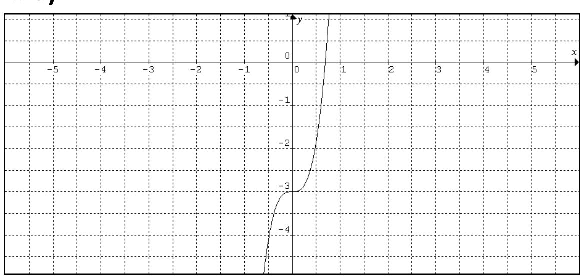
c) El dominio de la función son los [0, ∞).

d) Si estuvo el globo a 18 m. porque f (2) = 18

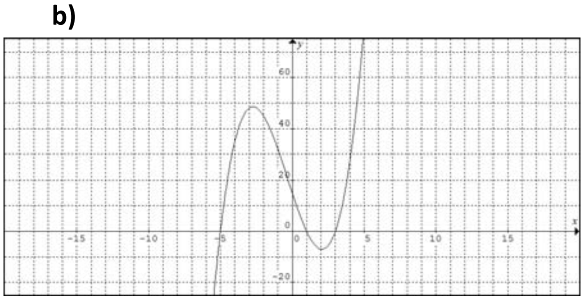
PÁG. 10

3. No corresponde, porque por ejemplo f(3) ≠ 0.

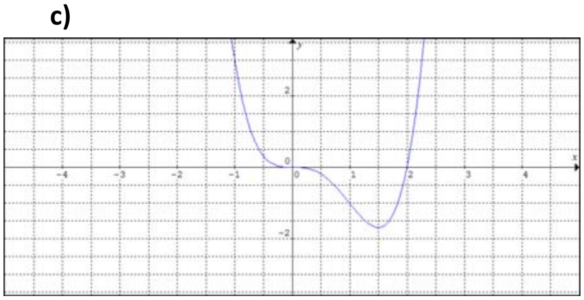
4. a)



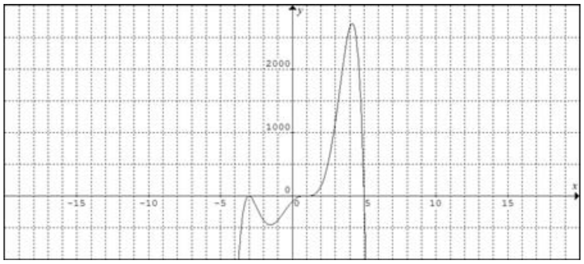
b)



c)



d)



PÁG. 11

5. a) Dom: R

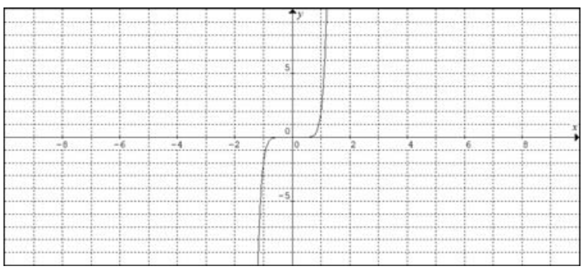
Ordenada al origen: y = 0

Ceros: x = 0

C^+: (0; ∞)

C^-: (-∞; 0)

No hay corrimiento respecto x^9



b) Dom: R

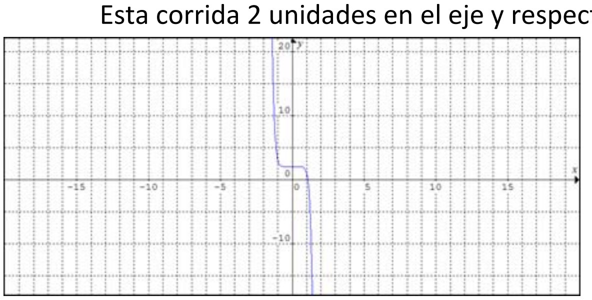
Ordenada al origen: y = 2

Ceros: x = $\sqrt[9]{2}$

C^+: (-∞; 0)

C^-: (0; ∞)

Esta corrida 2 unidades en el eje y respecto x^9



c) Dom: R

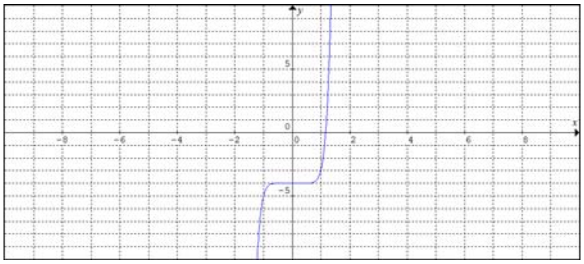
Ordenada al origen: y = -4

Ceros: x = $\sqrt[9]{4}$

C^+: (0; ∞)

C^-: (-∞; 0)

Esta corrida -4 unidades en el eje y respecto x^9



d) Dom: R

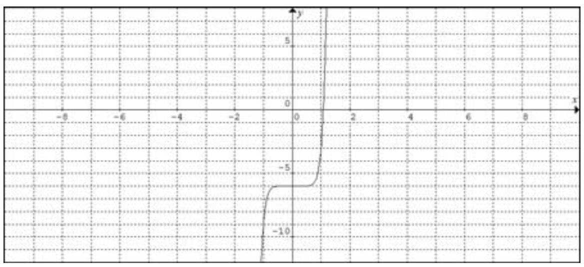
Ordenada al origen: y = -6

Ceros: x = $\sqrt[9]{2}$

C^+: (0; ∞)

C^-: (-∞; 0)

Esta corrida -6 unidades en el eje y respecto x^9



6. a) Dom: R

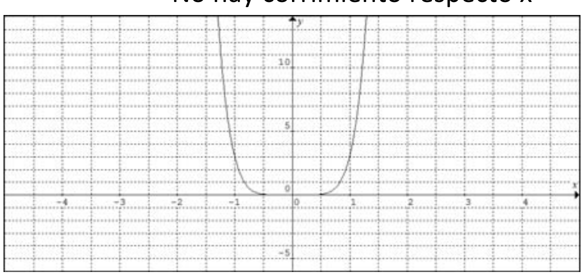
Ordenada al origen: y = 0

Ceros: x = 0

C^+: (-∞; ∞)

C^-: nunca es negativa

No hay corrimiento respecto x^6



b) Dom: R

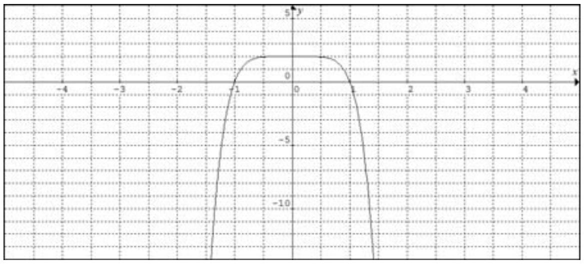
Ordenada al origen: y = 2

Ceros: x = -1 y x = 1

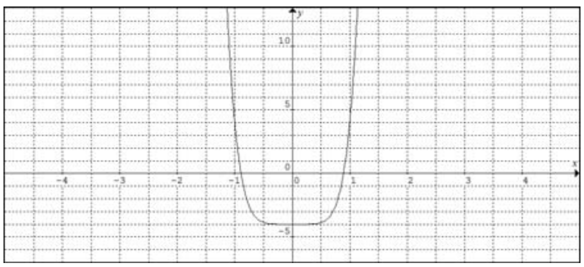
C^+: (-1; 1)

C^-: (-∞; -1) U (1; ∞)

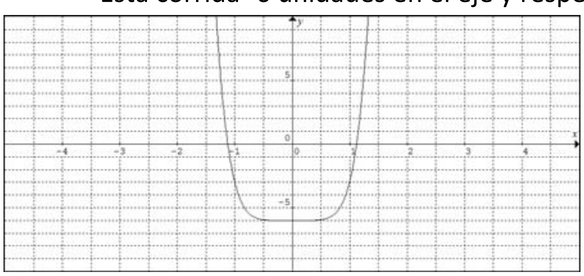
Esta corrida 2 unidades en el eje y respecto x^6



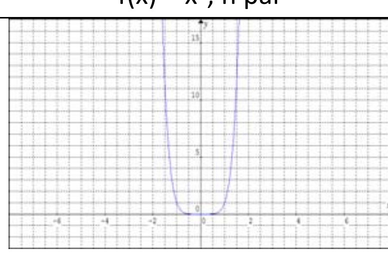
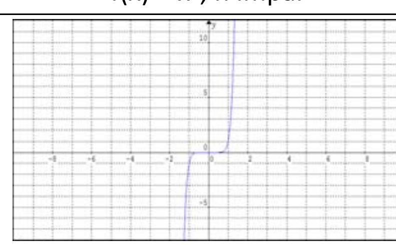
c) Dom: R
Ordenada al origen: y = -4
Ceros: $x = -\sqrt[6]{1/2}$ y $x = \sqrt[6]{1/2}$
C^+: $(-\infty;-\sqrt[6]{1/2}) \cup (\sqrt[6]{1/2}; \infty)$
C^-: $(-\sqrt[6]{1/2}; \sqrt[6]{1/2})$
Esta corrida -4 unidades en el eje y respecto x^6



d) Dom: R
Ordenada al origen: y = -6
Ceros: $x = -\sqrt[6]{2}$ y $x=\sqrt[6]{2}$
C^+: $(-\infty;-\sqrt[6]{2}) \cup (\sqrt[6]{2}; \infty)$
C^-: $(-\sqrt[6]{2}; \sqrt[6]{2})$
Esta corrida -6 unidades en el eje y respecto x^6



7.

Fórmula	$f(x) = x^n$, n par	$f(x) = x^n$, n impar
Forma aproximada de la gráfica		
Dominio	R	R
Ordenada al origen	y = 0	y = 0

Ceros	x = 0	x = 0
C^+	(-∞; 0)U(0; ∞)	(0; ∞)
C^-	Nunca	(-∞; 0)
Intervalos de crecimiento	(0; ∞)	(-∞; ∞)
Intervalos de decrecimiento	(-∞; 0)	Nunca
Imagen	[0; ∞)	(-∞; ∞)

PÁG. 12

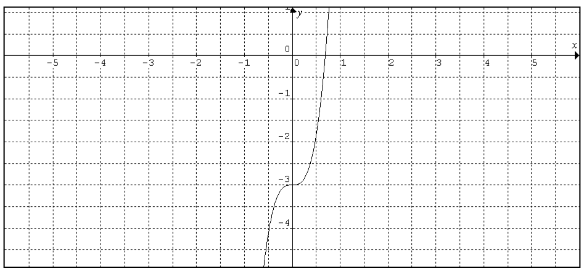
8. a) Dom: R

Intersección con el eje y en (0, -3)

Intersecciones con el eje $x = \sqrt[3]{1/3}$

C^+: ($\sqrt[3]{1/3}$; ∞)

C-:(- ∞; $\sqrt[3]{1/3}$)



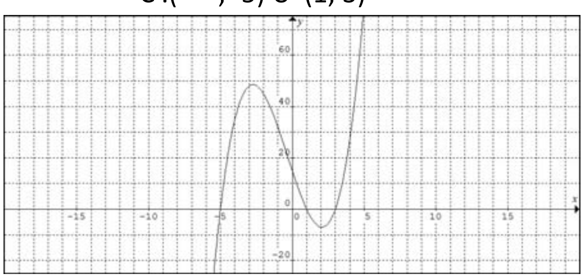
b) Dom: R

Intersección con el eje y en (0, 15)

Intersecciones con el eje x = -5, x= 1 y x= 3

C^+: (-5; 1) U (3; ∞)

C^-:(- ∞; -5) U (1; 3)



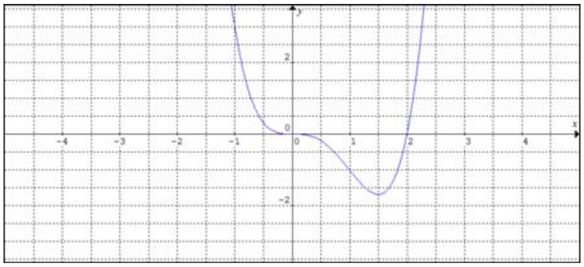
c) Dom: R

Intersección con el eje y en (0, 0)

Intersecciones con el eje x = 0, y x= 2

C^+: (- ∞; 0) U (2; ∞)

C^-: (0; 2)



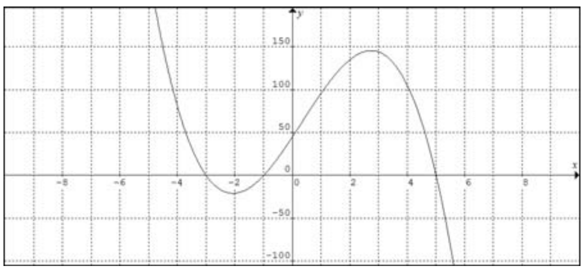
d) Dom: R

Intersección con el eje y en (0, 45)

Intersecciones con el eje x = -3, x= -1 y x= 5

C^+: (- ∞; -3) U (-1; 5)

C^-: (-3; -1) U (5; ∞)



PÁG. 13

9.

a) Ceros: x = -1,4142; x = 0,5 y x = 1,4142

b) Ceros: x = -2 y x = 2

c) Ceros: x = 0,2; x = 0,25 y x = 0,667

10.

a) $P(x) = 2x^2.(7x – 3).(x^2 – 8).(x – 3/2).(x + 19/4).(x + 5/19)$

b) $P(x) = 3.(5x^2 – 1).(x^2 + 1).(x + 14/3)$

c) $F(x) = -24.(x + 1/2).(x + 1/3).(x – 1/2)$

d) $R(x) = 81.(x – 2/3).(x + 2/3).(x^2 + 4/9)$

e) $T(x) = -3x.(x – 1/3).(x^2 + 4).(x + 1)$

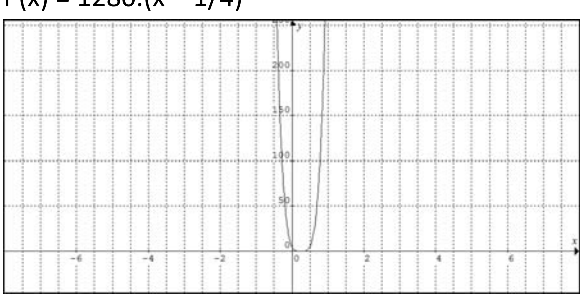
PÁG. 14

11.

a = $\sqrt{5/3}$ ó a = $-\sqrt{5/3}$

12.

$P(x) = 1280.(x – 1/4)^4$



13.

a) $Q(x) = 3.(x+1).(x – 1/3).(x^2 + 4)$

b) $F(x) = –2.(x – 5).x – 3).(x + 1)$

14.

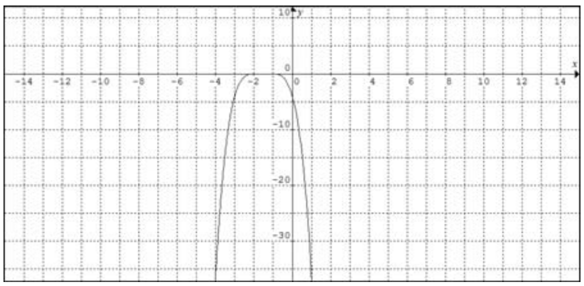
a) Dom = R

Intersección con el eje y en (0, -4)

Intersecciones con el eje x = -2 y x= -1

C^+: nunca

C^-: (- ∞; -2) U (-2; -1) U (-1; ∞)



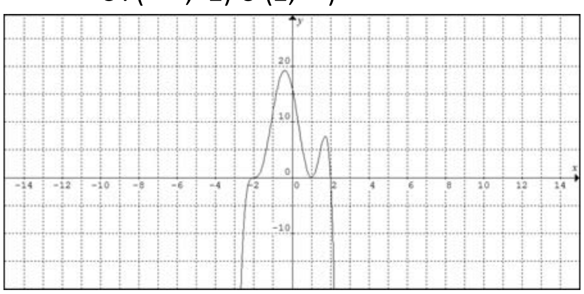
b) Dom = R

Intersección con el eje y en (0, 16)

Intersecciones con el eje x = -2, x= 1 y x=2

C^+: (-2; 1) U (1; 2)

C^-: (- ∞; -2) U (2; ∞)



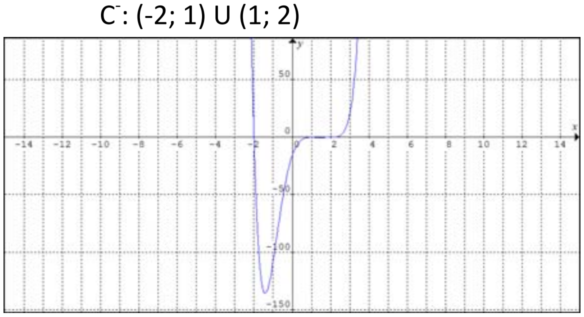
c) Dom = R

Intersección con el eje y en (0, -16)

Intersecciones con el eje x = -2, x= 1 y x=2

C^+: (- ∞; -2) U (2; ∞)

C^-: (-2; 1) U (1; 2)



15. $k = -25/124$

PÁG. 15

16. Si n es par, a y –a son raíces de P(x), pero no son raíces de Q(x).

Si n es impar, a es raíz de P(x) y –a es raíz de Q(x).

17.

- **a)** Falso, pues P(x) es de grado impar, por lo tanto una de las raíces debe ser real.
- **b)** Falso, pues, por ejemplo, $P(x) = x^6 + 1$ no tiene raíces reales.
- **c)** Falso, tiene 2 raíces reales: $x= \sqrt[6]{8/5}$; $x=-\sqrt[6]{8/5}$

18. Si es verdad.

19.

- **a)** $P(x) = k.(x-2)^m.(x+3)^n.(x-4)p$, $k \in R$; $k \neq 0$; m, n, $p \in N$; $m + n + p = 9$.
- **b)** No, hay infinitas.

PÁG. 16

20.

- **a)** Hay infinitas, $f(x) = k.(x+20)^2.(x-20)^2$, con $k > 0$
- **b)** $f(x) = -1/2000.(x+10)^2.(x-10)^2$
- **c)** Hay infinitas, $f(x) = k. (x+3)^2. (x+1/2)^2. (x-3)$, con $k > 0$.

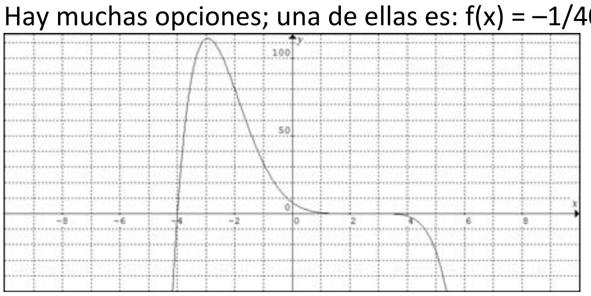
21.

- **a)** Hay infinitas, $f(x) = a. x^n . (x-1)^m . (x-2)p$, con $a > 0$, n, m, $p \in N$; n par y m, p impares.
- **b)** Hay infinitas, $f(x) = a . x^n . (x-1)^m . (x-2)p$, con $a > 0$, n, m, $p \in N$; n, m pares y p impar.

PÁG. 17

22.

Hay muchas opciones; una de ellas es: $f(x) = -1/40.(x+4).(x-2)^3.(x-3)^2$



23. Hay muchas; una posibilidad es:

$F(x) = 7/405.(x+5).(x+1)^7.(x-3)^2 .(x-9)$

24.

- **a)** $F(x) = -(x+2).(x-1/2).(x-3)^5$
- **b)** Sí, hay muchas posibilidades más.

25.

- **a)** $G(x) = (x+3).(x+2).(x-1).(x-4)^2$. Hay muchas otras posibilidades.
- **b)** $H(x) = (x+2)^2.(x-2)$

PÁG. 18

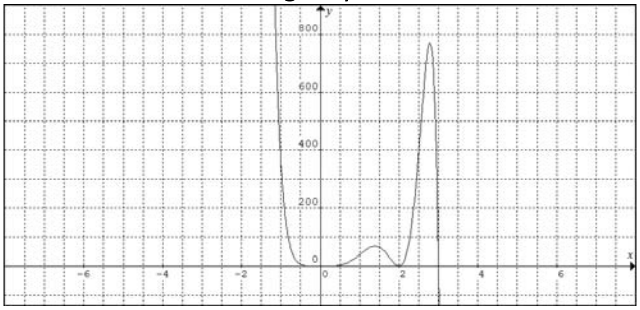
26.

a) Ceros: x= 0, x = 2 y x = 3

C^+: (- ∞; 0) U (0; 2) U (2; 3)

C^-: (3; ∞)

Ordenada al origen: y = 0

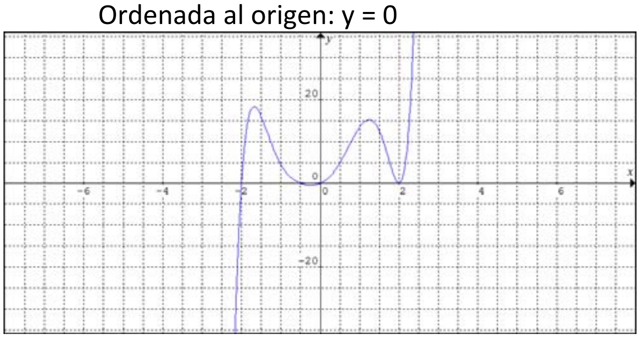


b) Ceros: x= -2, x = -1/2, x = 0 y x = 2

C^+: (-2; -1/2) U (0; 2) U (2; ∞)

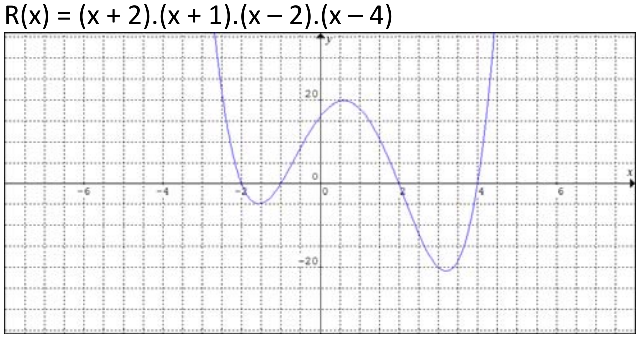
C^-: (- ∞; -2) U (-1/2; 0)

Ordenada al origen: y = 0



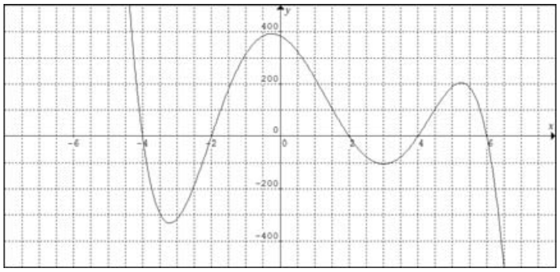
27.

R(x) = (x + 2).(x + 1).(x – 2).(x – 4)



28.

S(x) = (-x – 4).(-x – 2). (-x + 2). (-x + 4). (-x + 6)



ACTIVIDADES FINALES

PÁG. 33

1.

- **a)** i. Porque para todo $x < 3$, $f(x) < 0$
- **b)** i. Porque $(x^4 - 3) . (x^2 - 4) = x^6 - 4x^4 - 3x^2 + 12$

2. $a = 9/2$

3.

a) Dom: R

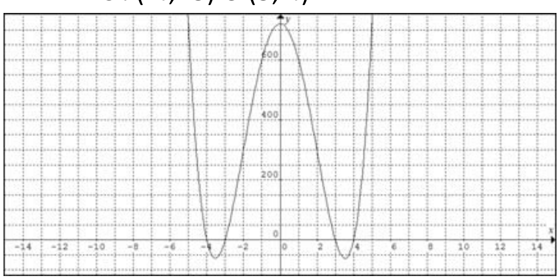
Ordenada al origen: $y = 720$

Raíces: $x = -4$, $x = -3$, $x = 3$ y $x = 4$

Forma factoreada $= 5.(x - 4).(x + 4).(x - 3).(x + 3)$

C^+: $(-\infty; -4) \cup (-3; 3) \cup (4; \infty)$

C^-: $(-4; -3) \cup (3; 4)$



b) Dom: R

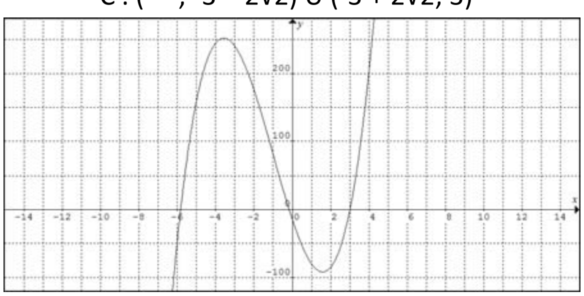
Ordenada al origen: $y = -15$

Raíces: $x = -3 - 2\sqrt{2}$, $x = -3 + 2\sqrt{2}$ y $x = 3$

Forma factoreada $= 5 . (x - 3).(x + (3 - 2\sqrt{2})) . (x + (3 + 2\sqrt{2}))$

C^+: $(-3 - 2\sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2}) \cup (3; \infty)$

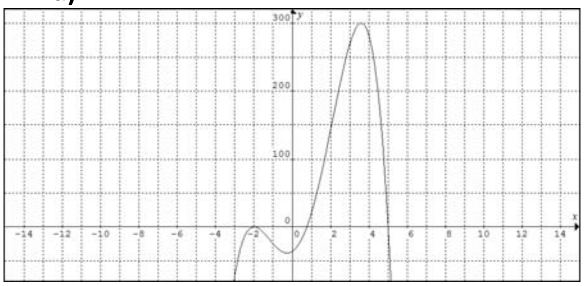
C^-: $(-\infty; -3 - 2\sqrt{2}) \cup (-3 + 2\sqrt{2}; 3)$



PÁG. 34

4.

- **a)** Grado 4
- **b)** $P(x) = -12/5 . (x + 2)^2 . (x – 5) . (x – 3/4)$
- **c)** Raíces: $x = -2$, $x = 5$ y $x = 3/4$
- **d)**



5.

$F(x) = 1/48 . (x + 3) . (x + 2) . (x – 4)^6 . (x – 8)$

6.

$F(x) = 1/242 . (x – 5) . (x + 2)^2 . (x – 8)^{10}$

CAPÍTULO 2

SEMEJANZA DE FIGURAS Y CUERPOS

PÁG. 36

1.

- **a)** Verdadero. Por el criterio de semejanza, en el caso de los triángulos, alcanza con tener los ángulos iguales para asegurar que los lados son proporcionales, por lo tanto, son triángulos semejantes.
- **b)** Falso. En el caso de los rectángulos tienen que tener los lados proporcionales.
- **c)** Falso. Todos los hexágonos regulares son semejantes.
- **d)** Falso. Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un ángulo agudo igual.

2. No es semejante, porque el rectángulo que queda armado es de 50 x 30 cm. y $50/40 \neq 30/20$

PÁG. 37

3.

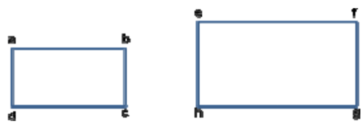
- **a)** Si, porque tienen un ángulo igual y 2 lados proporcionales.
- **b)** No se puede decir porque si bien tienen un ángulo igual, los datos de sus lados no son proporcionales.
- **c)** No son semejantes porque uno de sus lados no es proporcional.
- **d)** No son semejantes porque sus lados no son proporcionales.
- **e)** Son semejantes porque sus ángulos son iguales.
- **f)** No se puede decir, porque si bien tienen dos lados proporcionales no se sabe si el tercero lo es.

4. Para que dos triángulos sean semejantes tienen que tener:

i) Sus tres lados proporcionales; ó
ii) Dos ángulos iguales; ó
iii) Dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.

PÁG. 38
5. Perímetro del triángulo FGH = 6,255 cm.

PÁG. 39
6.



Si los rectángulos son semejantes, entonces ad/eh = ab/ef = k (razón de semejanza);
entonces ad = k . eh y ad = k . ef
Área del rectángulo = ad . ab = k . eh . k . ef = k^2 . (eh.ef) => ad . ab / eh . ef = k^2 =>
área de abcd / área de efgh = k^2

7. La constante de proporcionalidad de las áreas de dos paralelogramos semejantes es igual al cuadrado de la constante de proporcionalidad de sus lados.
8. Si, es cierto.

PÁG. 40
9.

- **a)** A = 10,656 cm^2. Teniendo la razón de semejanza de sus lados, se calcula su cuadrado y se multiplica por el área del triángulo BCD.
- **b)** A = 1,89 cm^2. Se procedió de igual manera que en el inciso a.
- **c)** A = 75 cm^2. Se calculó la razón de semejanza de los lados y el área del rectángulo menor y con esos datos se sacó A.
- **d)** A = 0,2572 cm^2. Se procedió de igual manera que en los incisos anteriores.

PÁG. 41
10.

- **a)** w = 1,22 cm
- **b)** g = 1,02 cm

PÁG. 42
11.

- **a)** Si los lados MN y OP son paralelos, entonces los triángulos LPO y LNM tienen los mismo ángulos, dado que: **L** es el mismo ángulo en los dos triángulos; LOP = LMN y OPL = MNL por correspondientes entre paralelas => al tener los 3 ángulos iguales, los dos triángulos son semejantes.
- **b)** Es un trapecio porque tiene dos lados paralelos y los otros dos que no lo son.
- **c)** Para calcular el área de de la figura MNOP, tendríamos que poder calcular el área del triángulo LMO y restársela al área del triángulo LOP.

12. Área del triángulo RST = 14,9625 cm^2

Área del triángulo UVT = 5,985 cm^2

PÁG. 43

13.

- **a)** 4/9
- **b)** 8/27

14.

- a) 9/20
- b) 729/8000

15. Vol: 2,22 cm^3

ACTIVIDADES FINALES

PÁG. 49

1. Perímetro = 18,582 + $\overline{IM}$

2.

- **a)** Si.
- **b)** No.
- **c)** Perímetro triángulo KJI = 142,564 cm.
- **d)** Perímetro triángulo PNM = 71,282 cm.

3. No son semejantes porque la proporción entre sus lados nos son iguales.

PÁG. 50

4. Área = 6,68 cm^2

5.

- **a)** 4/9
- **b)** 64/729

6. Vol: 226 cm^3

7. No, el volumen del más grande será 2^3 por el volumen del más chico.

CAPÍTULO 3
FUNCIONES Y ECUACIONES RACIONALES

PÁG. 52

1.

a)

Capacidad de los envases (litros)	0,25	0,5	1	2	2,25
Cantidad de envases que pueden llenarse	360000	180000	90000	45000	40000

- **b)** f(x) = 90000/x; donde x es la capacidad de cada envase en litros y f(x) es el numero de envases.
- **c)** 22,5 litros cada envase.

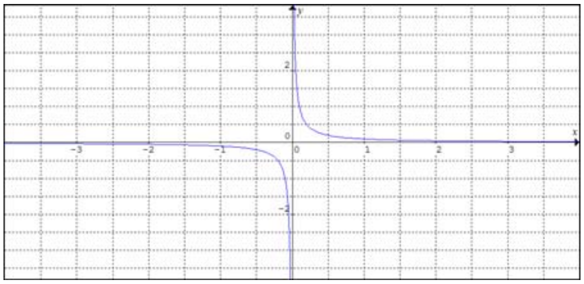
2.

a)

Volumen de cada sustancia	0,01 cm^3	100 cm^3	$1{,}66.10^{-6}$ cm^3	10 cm^3
Densidad de esa sustancia	10 gr/cm^3	0,001 gr/cm^3	60 kg/cm^3	0,01 gr/cm^3

b) D = 0,1/v; D: densidad de la sustancia; v: volumen de la sustancia.

c)



PÁG. 53

3.

a)

Velocidad (km/h)	40	50	100	120	150
Tiempo que tarda en realizar el viaje(horas)	20	16	8	6 h 36´	5 h 20´

b) T = 800/v; T: tiempo; v: velocidad

4. Las tres son relaciones inversamente proporcionales porque a medida que aumenta la variable independiente, la variable dependiente disminuye.

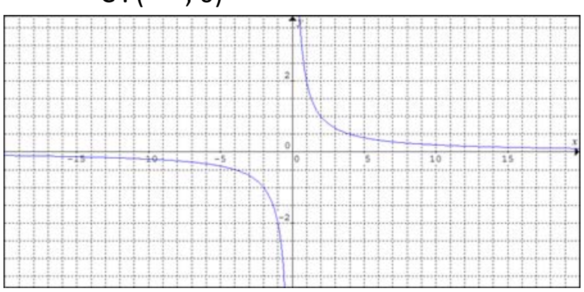
5.

a) Dom: R - {0}

b) Im: R - {0}

C^+: (0; ∞)

C^-: (- ∞; 0)

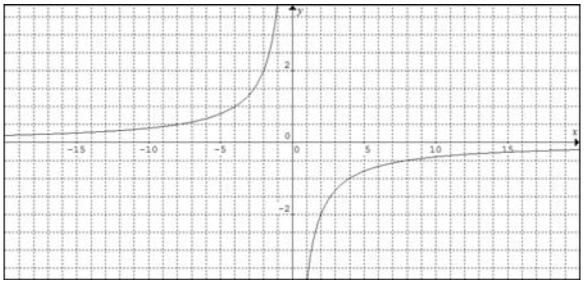


c) Dom: R - {0}

Im: R - {0}

C^+: (- ∞; 0)

C^-: (0; ∞)

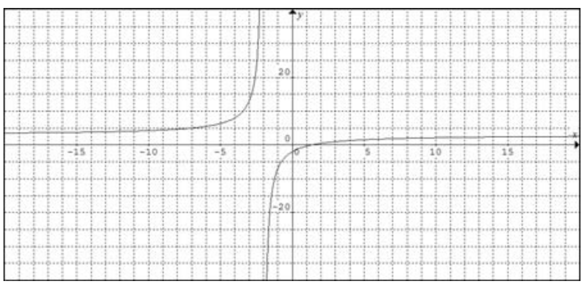


PÁG. 54

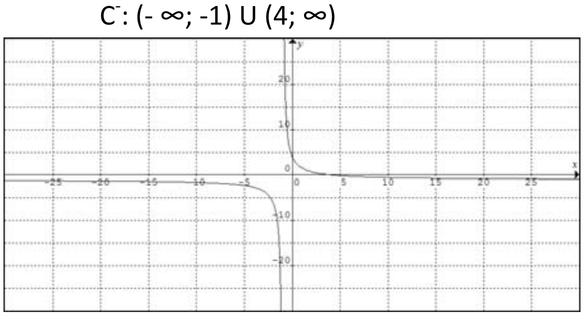
6. x Є (- ∞; 4) U (6; ∞)

7.

- **a)** Dom: R - {-2}
  Im: R - {3}
  Asíntotas: x= -2; y = 3
  Ceros: x = 4/3
  C^+: (- ∞; -2) U (4/3; ∞)
  C^- (-2; 4/3)



- **b)** Dom: R - {-1}
  Im: R - {-1}
  Asíntotas: x= -1; y = -1
  Ceros: x = 4
  C^+: (-1; 4)
  C^-: (- ∞; -1) U (4; ∞)



8.

- **a)** f(x) = -2x+3/ x-1
- **b)** g(x) = x-4/ x+2

9.

a) Dom: R - {-2}

Im: R - {3}

Asíntotas: x= -2; y = 3

Raíz: x = 4/3

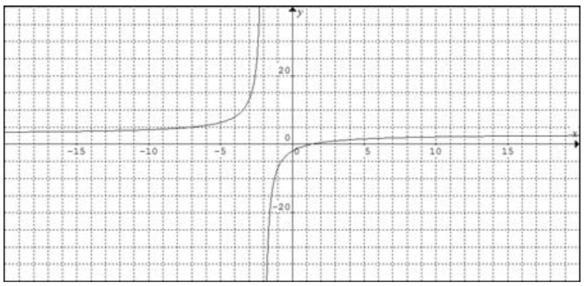
Ordenada al origen: y = -2

Intervalos de crecimiento: (- ∞; -2) U (-2; ∞)

Intervalos de decrecimiento: nunca

C^+: (- ∞; -2) U (4/3; ∞)

C^-: (-2; 4/3)



b) Dom: R - {0}

Im: R - {2}

Asíntotas: x= 0; y =2

Raíz: x = 1/2

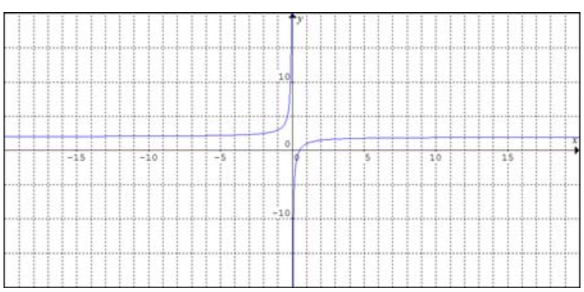
Ordenada al origen: no tiene

Intervalos de crecimiento: (- ∞; 0) U (0; ∞)

Intervalos de decrecimiento: nunca

C^+: (- ∞; 0) U (1/2; ∞)

C^-: (0; 1/2)



c) Dom: R - {3}

Im: {1/2}

Asíntotas: no tiene

Raíz: no tiene

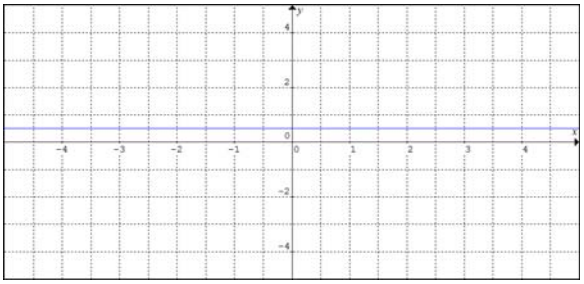
Ordenada al origen: y = 1/2

Intervalos de crecimiento: es constante

Intervalos de decrecimiento: es constante

C^+: (- ∞; 3) U (3; ∞)

C^-: Nunca



d) Dom: R - {-1}

Im: R - {-1}

Asíntotas: x= -1; y =-1

Raíz: x = 3

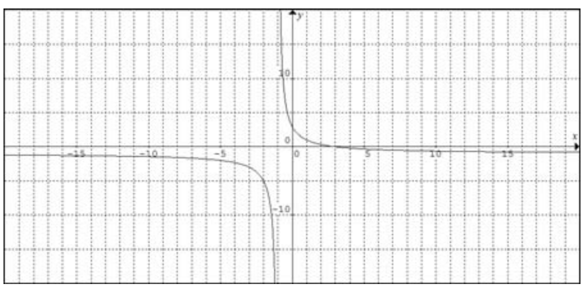
Ordenada al origen: y= 3

Intervalos de crecimiento: nunca

Intervalos de decrecimiento: (- ∞; -1) U (-1; ∞)

C^+: (-1; 3)

C^-: (- ∞; -1) U (3; ∞)



e) Dom: R - {-3}

Im: R - {-2}

Asíntotas: x= -3; y =-2

Raíz: x = 3

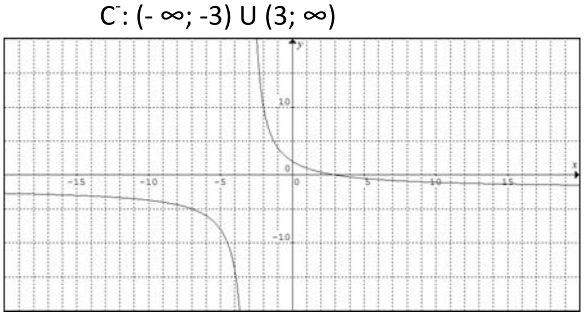
Ordenada al origen: y= 2

Intervalos de crecimiento: nunca

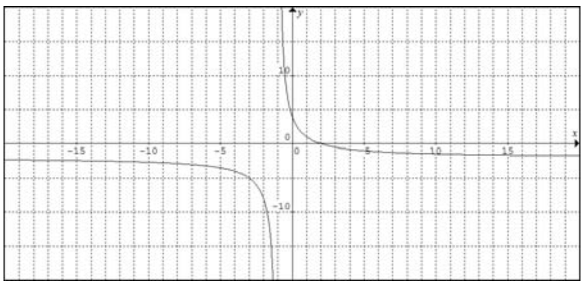
Intervalos de decrecimiento: (- ∞; -3) U (-3; ∞)

C^+: (-3; 3)

C^-: (- ∞; -3) U (3; ∞)



f) Dom: R - {-1}
Im: R - {-2}
Asíntotas: x= -1; y =-2
Raíz: x = 2
Ordenada al origen: y= 4
Intervalos de crecimiento: nunca
Intervalos de decrecimiento: (- ∞; -1) U (-1; ∞)
C^+: (-1; 2)
C^-: (- ∞; -1) U (2; ∞)



PÁG. 55

10. Puntos de intersección: (1/3; -1) y (1; 1)
Se igualan las dos ecuaciones, se despeja x y luego se reemplaza el valor de x en las funciones y se calcula y.

11.

- **a)** a = 2c; d = –3c
- **b)** d = 3c; b = 2a
- **c)** a = 4c; b = 0; d = 5c

12.

- **a)** y = (1/x) + 2
- **b)** y = (-1/x + 3) – 1
- **c)** y = 2/(x – 5)

PÁG. 56

13.

- **a)** y = x + 2/x + 8
- **b)** y =-x + 3/2x – 4
- **c)** y = -x/2x + 6
- **d)** y = -1/x + 3

14.

- **a)** (1; 3) y (-4/7; -2/3)
- **b)** (2; -1/2)
- **c)** (-9/4; 5) y (1; -3/2)
- **d)** (2; 1) y (3; 2)

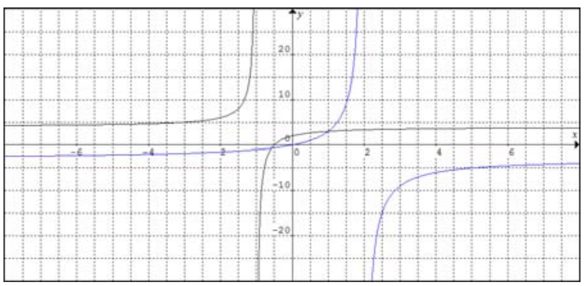
15.

- **a)** x Є (1; 2]
- **b)** x Є (0; 1)
- **c)** Ningún valor de x
- **d)** x Є (- ∞; 0)
- **e)** x Є (0; 1/3)
- **f)** x Є (- ∞; 11/8) U (2; ∞)
- **g)** x Є (-1; 1)
- **h)** x Є (- ∞; -11/3) U (-2; ∞)

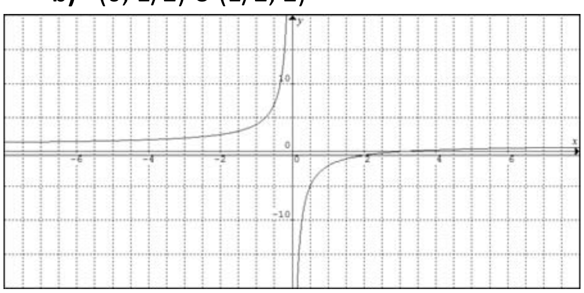
PÁG. 57

16.

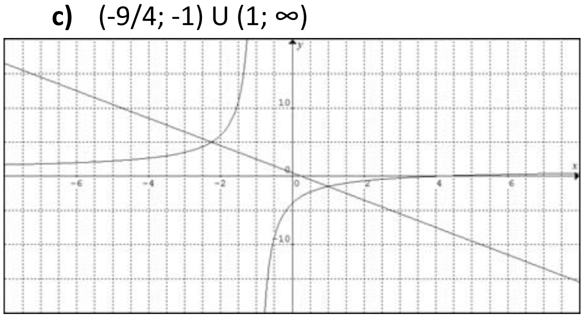
- **a)** (- ∞; -1) U (-4/7; 1) U (2; ∞)



- **b)** (0; 1/2) U (1/2; 2)



- **c)** (-9/4; -1) U (1; ∞)



Ejercicio: 17

- **a)** Dom: R - {1; 3}
- **b)** Dom: R

ACTIVIDADES FINALES

PÁG. 69

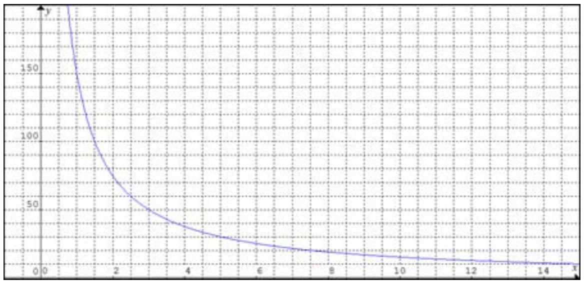
1.

a)

Largo del rectángulo (cm)	10	15	25	5	2
Ancho del rectángulo (cm)	15	10	6	30	75

b) A = 150/L

c)



2.

a) f(x)

Dom: R - {1}

Im: R - {-2}

Asíntotas: x= 1; y =-2

g(x)

Dom: R - {2}

Im: {3/2}

No tiene asíntotas

b) Raíz: x = 3/2

Ordenada al origen: y= -3

Raíz: no tiene

Ordenada al origen: y= 3/2

c) (9/7; 3/2)

d) Intervalos de crecimiento: nunca

Intervalos de decrecimiento: (- ∞; 1) U (1; ∞)

C^+: (1; 3/ 2)

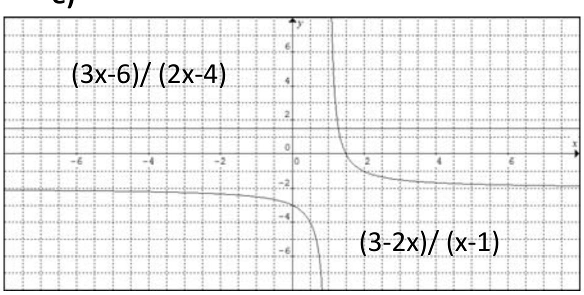
C^-: (- ∞; -) U (3/2; ∞)

No crece ni decrece, es constante

C^+:(- ∞; 2) U

(2; ∞)

e)



PÁG. 70

3.

a) x Є (- ∞; 1913/2000) U (1; ∞)

b) x Є (0; ∞)

c) x Є (1; 4)

d) x Є (-4; 0)

CAPÍTULO 4

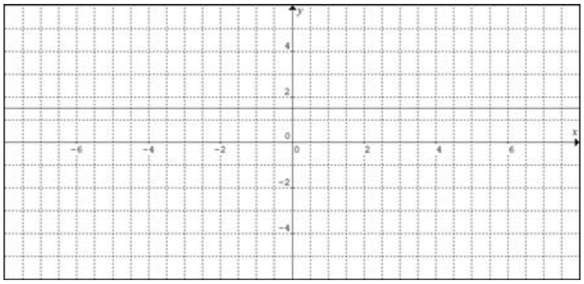
LUGAR GEOMÉTRICO, CIRCUNFERENCIA, ELIPSE E HIPÉRBOLA

PÁG. 72

1. Es un cuarto de la circunferencia de centro (0; 0) y radio 2.

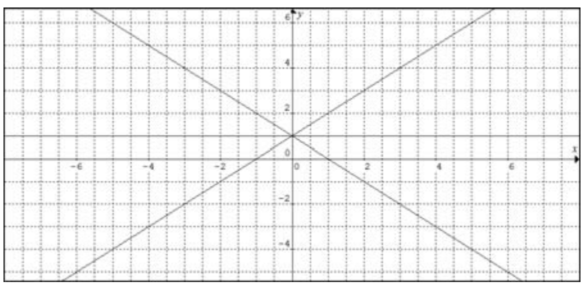
2.

Es la recta de ecuación y = 3/2



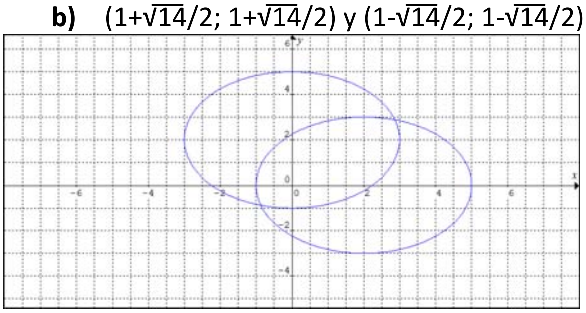
PÁG. 73

3. Es la recta de ecuación y = 1



4.

- **a)** $x^2 + (y - 2)^2 = 9$
- **b)** $(1+\sqrt{14}/2; 1+\sqrt{14}/2)$ y $(1-\sqrt{14}/2; 1-\sqrt{14}/2)$



PÁG. 74

5. $(x - 8{,}5)^2 + (y + 1)^2 = 18{,}25$

6. $(4+\sqrt{15}/2; 11/2)$ y $(4-\sqrt{15}/2; 11/2)$

7. $(3; 5 + \sqrt{3})$ y $(3; 5 - \sqrt{3})$

8.

- **a)** No es una ecuación de una circunferencia.
- **b)** No es una ecuación de una circunferencia.
- **c)** Si es una ecuación de una circunferencia: $(x-2)^2 + y^2 = 1$, centro (2; 0); radio = 2

9.

- **a)** Infinitas.
- **b)** $(x - 21{,}5)^2 + (y - 13{,}5)^2 = 552{,}5$

PÁG. 75

10.

- **a)** $(-2; 0); (-1; -1); (-2; 1); (-2; -2)$ y $(0; -1)$.
- **b)** $(-2; 2); (1; 0); (1; 1); (0; 2)$ y $(-4; 1)$.
- **c)** $(0; 0); (-4; 0); (-1; 1); (0; -2)$ y $(-1; -3)$.

11. Si, pues distancia $((2, 5); (4; 5)) = 2$.

12. $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4$

13.

- **a)** i. Centro $= (-3; 2)$; radio $= 2\sqrt{2}$.
  ii. Centro $= (0; 9)$; radio $= \sqrt{46}$.
- **b)** $(-72 + 7\sqrt{91}/29; 93/29 - 3\sqrt{91}/29)$ y $(-72 - 7\sqrt{91}/29; 93/29 + 3\sqrt{91}/29)$

14.

Están dentro de la circunferencia: $(1/2; -1)$ y $(3; 1)$
Están fuera de la circunferencia: $(1; 5)$ y $(0; 5)$
Están sobre la circunferencia: $(1; 2); (-4; -3)$

PÁG. 76

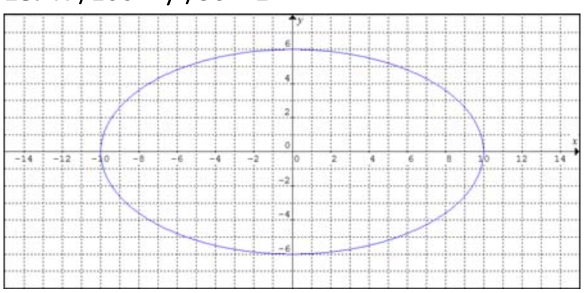
15. Perímetro $= 5 + \sqrt{29} + 2\sqrt{2}$

16. Hay infinitos puntos, todos deben verificar la ecuación $\sqrt{x^2 + (y - 4)^2} + \sqrt{x^2 + (y + 4)^2} = 32$.
Por ejemplo: $(4\sqrt{15}; 0); (-4\sqrt{15}; 0); (0; 16); (0; -16); (3/2\sqrt{15}; 2)$

17. $(0; 7 + 4\sqrt{15}); (0; 7 - 4\sqrt{15}); (-16; 7); (16; 7); (16\sqrt{17}/20; 1)$

PÁG. 77

18. $X^2/100 + y^2/36 = 1$



19. Es un cuarto de elipse.

20. $(x - 3)^2/31{,}25 + y^2/56{,}25 = 1$

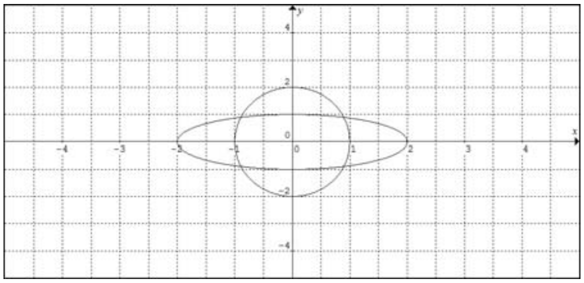
PÁG. 78

21.

- **a)** $(x + 2)^2/9 + (y + 1)^2/4 = 1$
- **b)** $(x - 3)^2/25 + (y + 3)^2/49 = 1$

22.

$((2/5).\sqrt{5}; (2/5).\sqrt{5}))$
$((-2/5).\sqrt{5}; (2/5).\sqrt{5}))$
$((2/5).\sqrt{5}; (-2/5).\sqrt{5}))$
$((-2/5).\sqrt{5}; (-2/5).\sqrt{5}))$

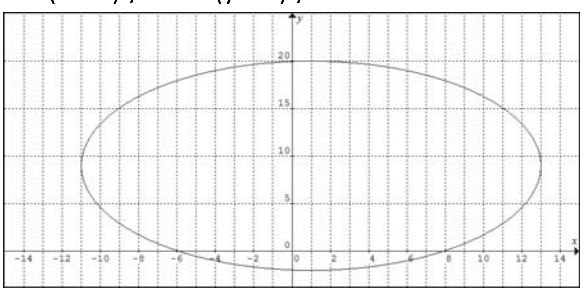


PÁG. 79

23.

- **a)** $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$
- **b)** $(x-5)^2/25 + (y-5)^2/9 = 1$
- **c)** $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$
- **d)** $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$
- **e)** $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$
- **f)** $(x+3)^2/36 + (y-2)^2/9 = 1$

24. $(x-1)^2/144 + (y-9)^2/121 = 1$

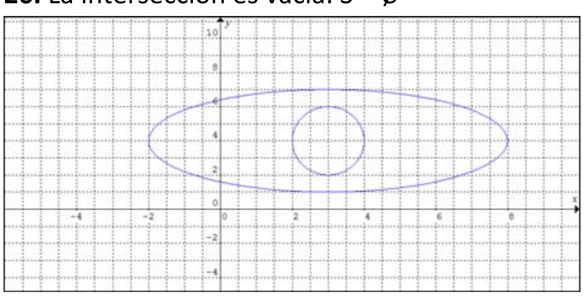


25.

- **a)** Es una elipse de ecuación $(x+1)^2/2 + (y-3)^2 = 1$.
- **b)** Es una circunferencia de ecuación $x^2 + (y+3)^2 = 17$

PÁG. 80

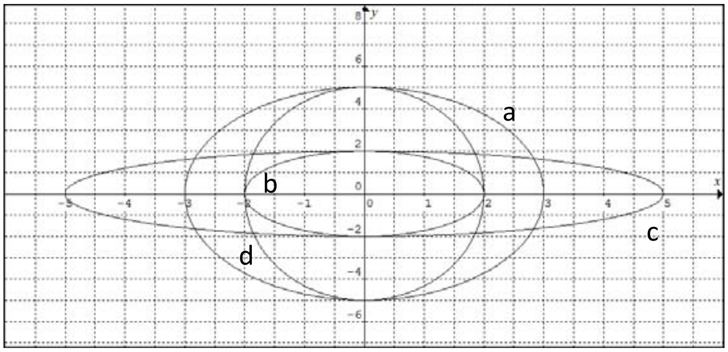
26. La intersección es vacía. S = ∅



27.

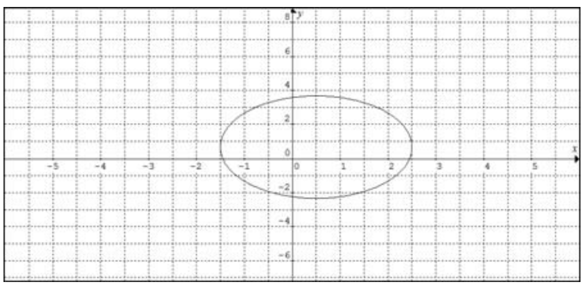
- a) (4; 0); (5; 0); (5; –1); (6; 0) y (4; –4)
- b) (2; 1); (2; –1); (0; 2); (8; 3) y (0; 0)
- c) (7; –2); (3; –2); (5; 1); (5; –5); $(2\sqrt{5}/3+5;\ 0)$

28.

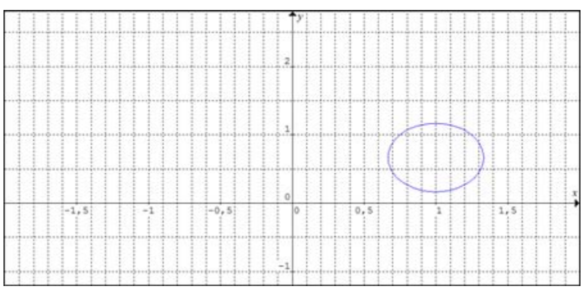


29.

a) Focos: $(1/2; 2/3 + \sqrt{5})$; $(1/2; 2/3 - \sqrt{5})$
e= $\sqrt{5}/2$



b) Focos: $(1; 2/3 + \sqrt{6}/5)$; $(1; 2/3 - \sqrt{6}/5)$
e= $\sqrt{5}/2$



PÁG. 81

30. Por ejemplo: (1/2; 0); (–1/2; 0)

31.

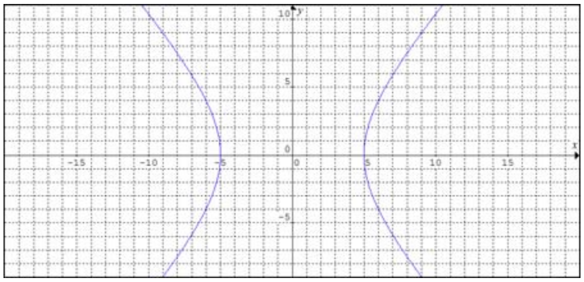
a) Focos: $(\sqrt{13}; 0)$; $(-\sqrt{13}; 0)$
e= $\sqrt{13}/2$

b) Focos: $(\sqrt{13}; 0)$; $(-\sqrt{13}; 0)$
e= $\sqrt{13}/3$

32.

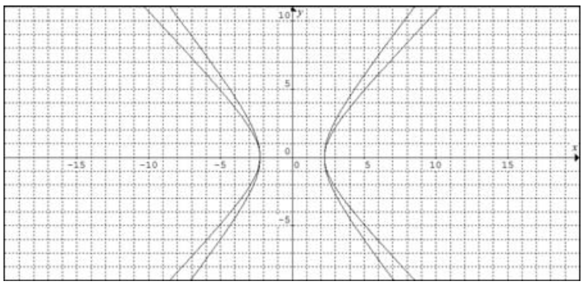
Asíntotas: $y = 6/5x$; $y = -6/5x$

Focos: $(\sqrt{61}; 0)$; $(-\sqrt{61}; 0)$



PÁG. 82

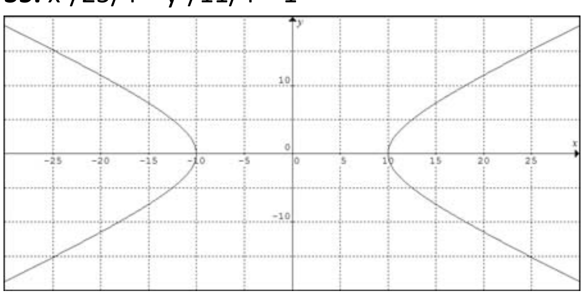
33. $(\sqrt{5}; 0)$ y $(-\sqrt{5}; 0)$



34.

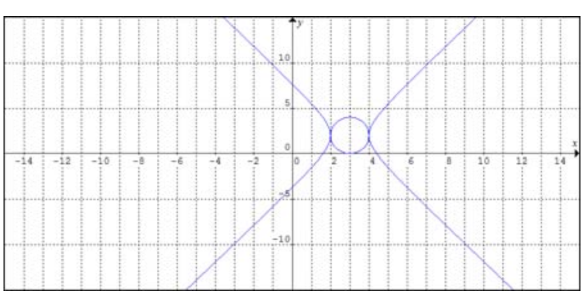
- **a)** Es la hipérbola $(x + 2)^2/4 - (y - 3)^2/5 = 1$
  Focos: (3; 0); (-3; 0)
- **b)** Es la hipérbola $(x + 2)^2/4 - (y - 3)^2/5/2 = 1$
  Focos: $(0; 3\sqrt{2}/2)$; $(0; -3\sqrt{2}/2)$
- **c)** Es la hipérbola $x^2/8 - y^2/4 = -1$
  Focos: $(0; 2\sqrt{3})$; $(0; -2\sqrt{3})$

35. $x^2/25/4 - y^2/11/4 = 1$

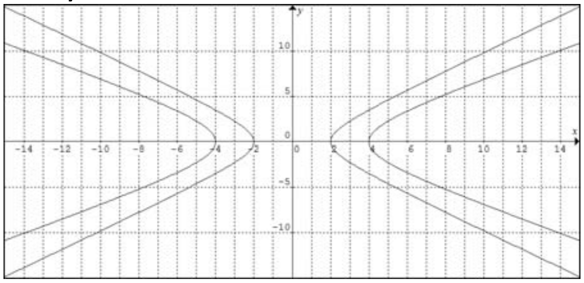


36.

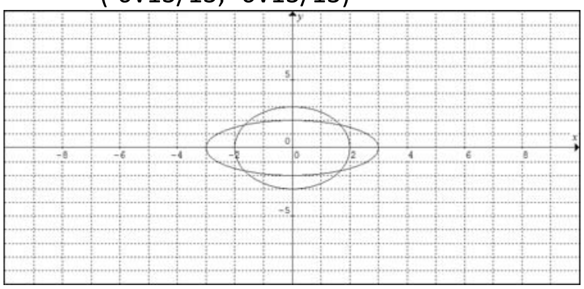
- **a)** (4; 2); (2; 2)



b) No tienen intersección.



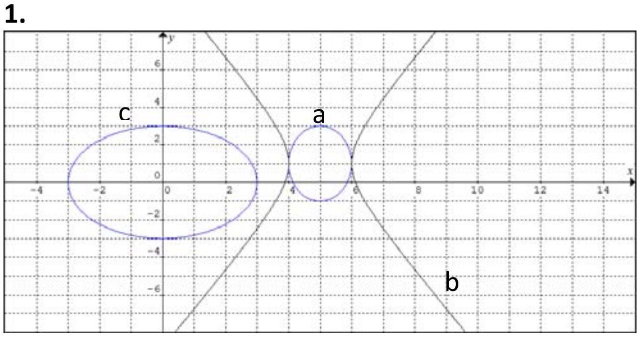
c) $(6\sqrt{13}/13;\ 6\sqrt{13}/13)$
$(6\sqrt{13}/13;\ -6\sqrt{13}/13)$
$(-6\sqrt{13}/13;\ 6\sqrt{13}/13)$
$(-6\sqrt{13}/13;\ -6\sqrt{13}/13)$



ACTIVIDADES FINALES

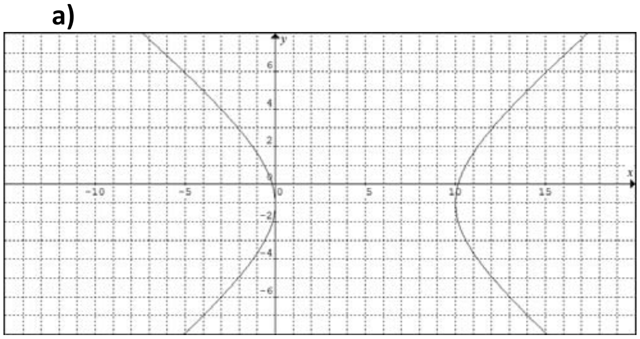
PÁG. 97

1.

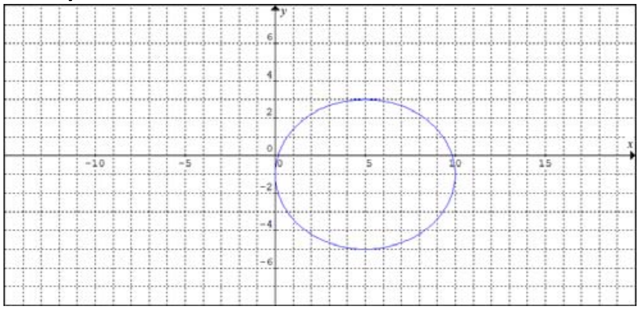


2.

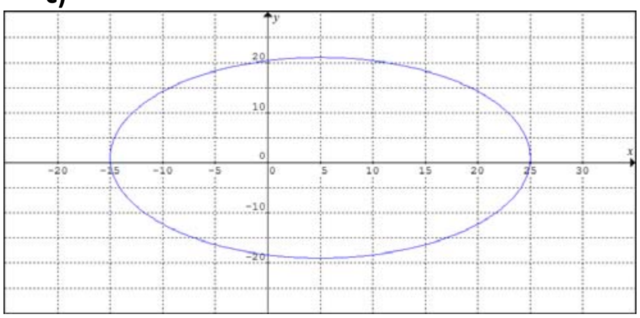
a)



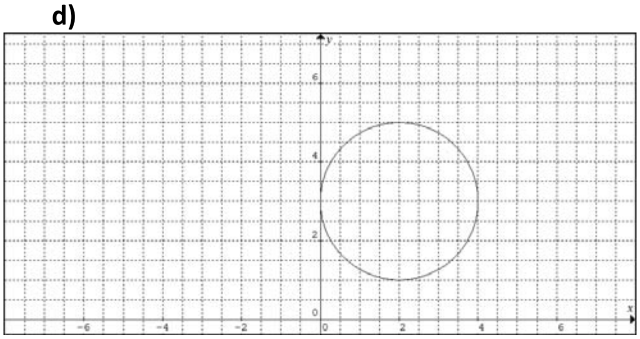
b)



c)

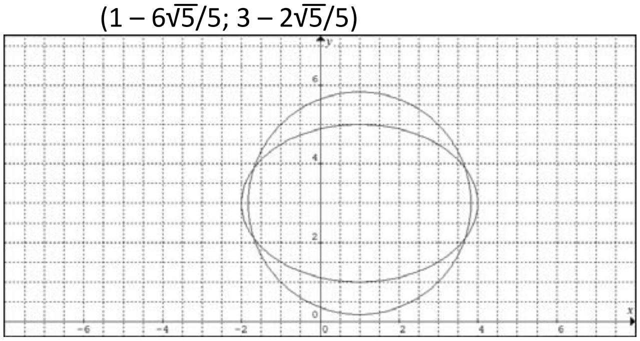


d)

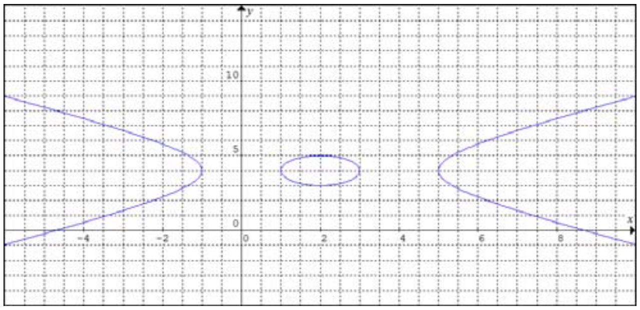


3.

a) $(1 + 6\sqrt{5}/5;\ 3 + 2\sqrt{5}/5)$
$(1 + 6\sqrt{5}/5;\ 3 - 2\sqrt{5}/5)$
$(1 - 6\sqrt{5}/5;\ 3 + 2\sqrt{5}/5)$
$(1 - 6\sqrt{5}/5;\ 3 - 2\sqrt{5}/5)$



b) No tienen puntos de intersección.



4. Se trata de una elipse dado que la excentricidad es menor que 1 (a = 6 y c = 5)

PÁG. 98

5. Se trata de una hipérbola dado que la excentricidad es mayor que 1 (a = 6 y c = 3).

6.

- **a)** $(x - 1)^2/4 - (y - 2)^2/36 = 1$
- **b)** $(x - 1)^2 + (y - 3)^2/4 = 1$

7.

- **a)** Circunferencia.
- **b)** Elipse.
- **c)** Hipérbola.

CAPÍTULO 5
FUNCIONES Y ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

PÁG. 100

1. No; no es lineal pues en las horas, el incremento es siempre 1 y en la masa, el primer incremento es 7,5 y el segundo, 8,625.

PÁG. 101

2.

- **a)** Verdadera. Productos de potencia de igual base.
- **b)** Falso. Porque $a^n \cdot a^n = a^{2n}$
- **c)** Verdadera. Potencia de exponente fraccionario.
- **d)** Verdadera. Cociente de potencia de igual base.
- **e)** Falso. Porque $a^{-n} = 1/a^n$
- **f)** Falso. Porque $a^n \cdot a^2 = a^{n+2}$

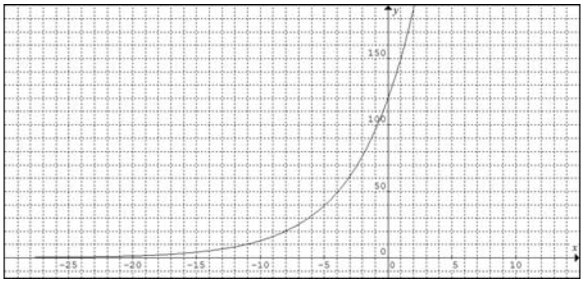
3. b y c son iguales.

PÁG. 102

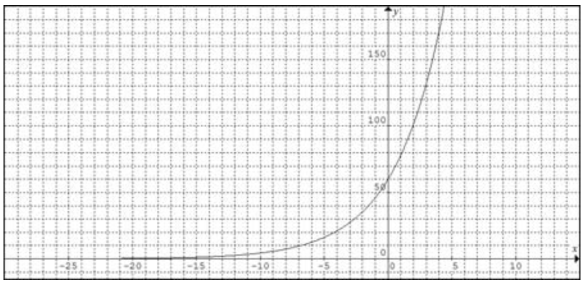
4.

- **a)** 150 gr.
- **b)** 187,5 gr. a las 2 hs. Y 234,375 gr. a las 3 hs.
- **c)** En t hs. $120 \cdot (1,25)^t$ hs.

d)



e)



5. La ordenada al origen es la cantidad inicial, es decir a la 0 hs, son funciones siempre crecientes y tiene como asíntota y = 0.

6.

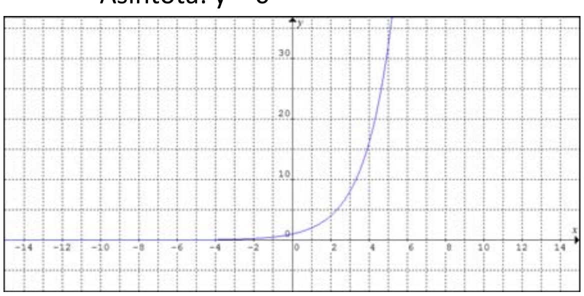
- **a)** $y = 15 \cdot (0{,}5)^t$, con **t** medido en años a partir de 1950.
- **b)** $1{,}27 \cdot 10^{-20}$ kg.

PÁG. 103

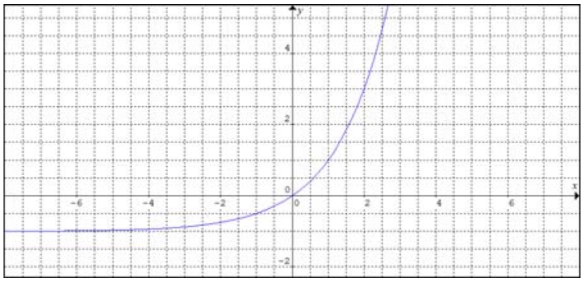
7. $563,41

8.

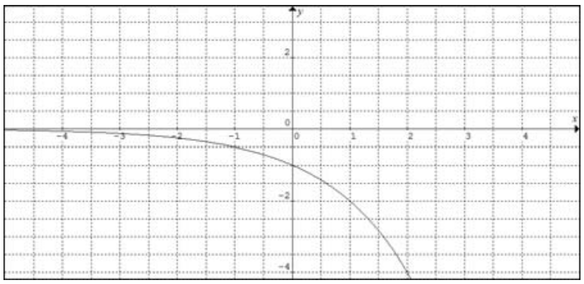
- **a)** Im: (0; ∞)
  Asíntota: y = 0



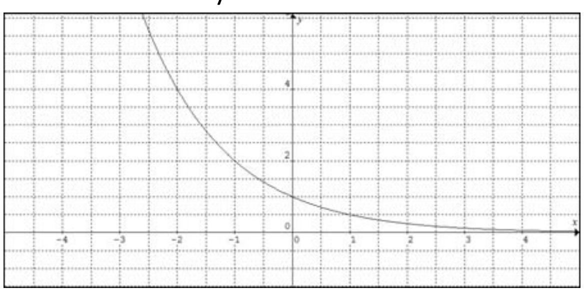
- **b)** Im: (-1; ∞)
  Asíntota: y = -1



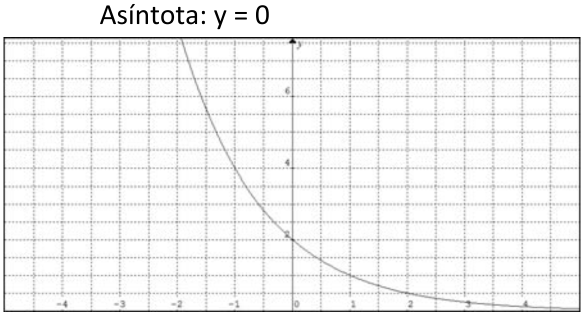
c) Im: (- ∞; 0)
Asíntota: y = 0



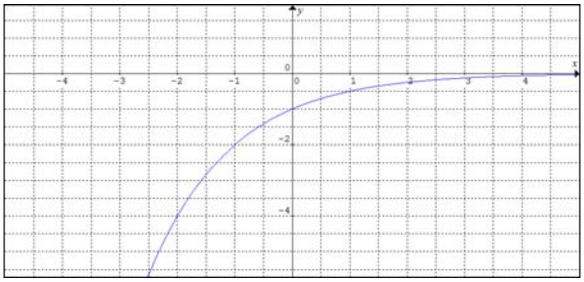
d) Im: (0; ∞)
Asíntota: y = 0



e) Im: (0; ∞)
Asíntota: y = 0



f) Im: (-∞; 0)
Asíntota: y = 0



9. Si $k > 0$

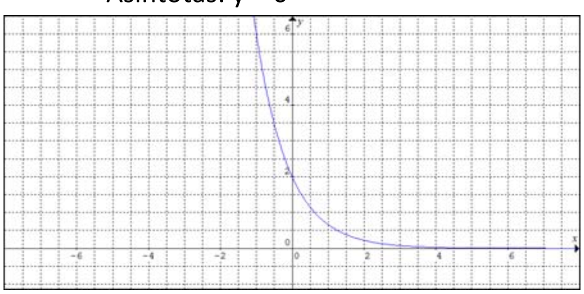
- **a)** Dom = R; Im = R^+
- **b)** Si $a > 1$, la función es creciente, y si $0 < a < 1$, la función es decreciente
  Ceros no tiene.
  $C^+ = R$
  $C^- = \emptyset$

Si $k < 0$

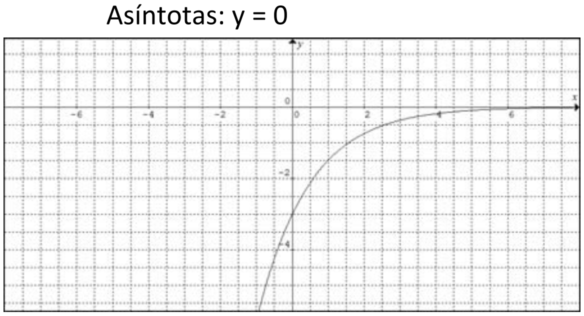
- **a)** Dom = R; Im = R^-
- **b)** Si $a > 1$, la función es decreciente, y si $0 < a < 1$, la función es creciente
  Ceros no tiene.
  $C^+ = \emptyset$
  $C^- = R$

10.

- **a)** **i.** Dom = R; Im = R^+
  Ceros: No tiene
  $C^+ = R$
  $C^- = \emptyset$
  Asíntotas: $y = 0$



ii. Dom = R; Im = R^-
Ceros: No tiene
$C^+ = \emptyset$
$C^- = R$
Asíntotas: $y = 0$



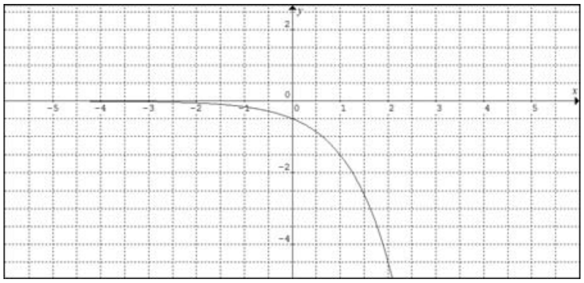
iii. Dom = R; Im = R^-

Ceros: No tiene

$C^+ = \varnothing$

$C^- = R$

Asíntotas: y = 0



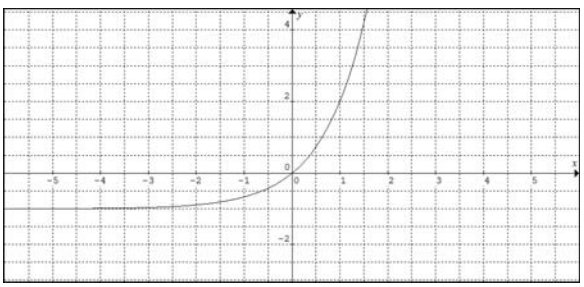
iv. Dom = R; Im = (-1; ∞)

Ceros: x = 0

$C^+ = (0; \infty)$

$C^- = (-\infty; 0)$

Asíntotas: y = -1



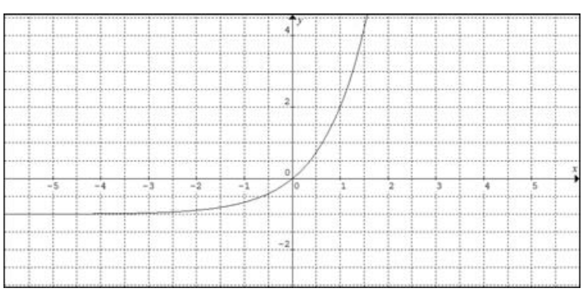
v. Dom = R; Im = (-1; ∞)

Ceros: x = 0

$C^+ = (0; \infty)$

$C^- = (-\infty; 0)$

Asíntotas: y = -1



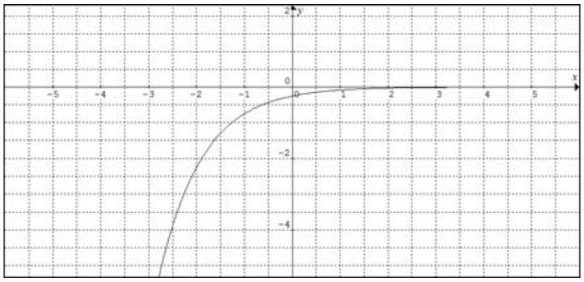
vi. Dom = R; Im = R-

Ceros: no tiene

$C^+ = \varnothing$

$C^- = R$

Asíntotas: y = 0



- **b)** **i.** Creciente: nunca
  Decreciente: R
  Porque k > 0 y 0 < a < 1
  ii. Creciente: R
  Decreciente: nunca
  Porque k < 0 y 0 < a < 1
  iii. Creciente: nunca
  Decreciente: R
  Porque k >0 y a > 1
  iv. Creciente: R
  Decreciente: nunca
  Porque k > 0 y a > 1
  v. Creciente: R
  Decreciente: nunca
  Porque k > 0 y a > 1
  iv. Creciente: R
  Decreciente: nunca
  Porque k < 0 y 0 < a < 1

11.

- **a)** No existe, pues si $5 = k \cdot a^2 \Rightarrow k > 0$, pero si $-2 = k \cdot a^7 \Rightarrow k < 0$.
- **b)** $y = 2 \cdot (1{,}5)^x$
- **c)** No existe, pues las funciones exponenciales son siempre crecientes o siempre decrecientes.

PÁG. 104

12.

- **a)** Por ejemplo: $y = (1/2)^x$
- **b)** Por ejemplo: $y = -(1/2)^x$
- **c)** $y = -2^x$

13. 7,43 %

14. 300,032 gramos.

15.

- **a)** 1
- **b)** -1
- **c)** 0
- **d)** 2
- **e)** 3
- **f)** -1
- **g)** -1
- **h)** -3
- **i)** 1
- **j)** 3
- **k)** -2

PÁG. 105

16.

- **a)** $\log_6 216 = 3$
- **b)** $10^3 = 1000$
- **c)** $4^{5/12} = 32$
- **d)** $\log(1/100) = -2$
- **e)** $\log_4 2 = 1/2$
- **f)** $\log_{27} 3 = 1/3$

17. –24,9288

18. 21,18

19. 4

20. 23/6

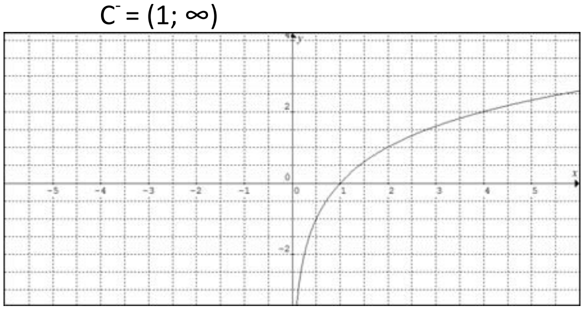
21.

a) Dom = $(0; \infty)$; Im = R

Ceros: x = 1

$C^+ = (0; 1)$

$C^- = (1; \infty)$

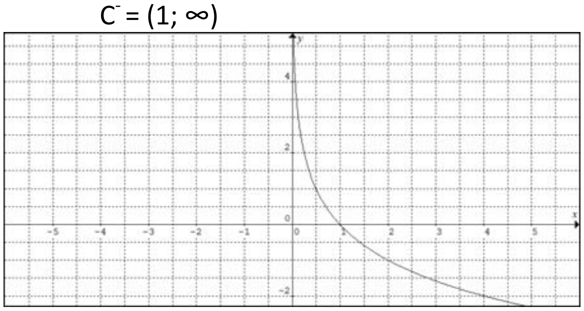


b) Dom = $(0; \infty)$; Im = R

Ceros: x = 1

$C^+ = (0; 1)$

$C^- = (1; \infty)$

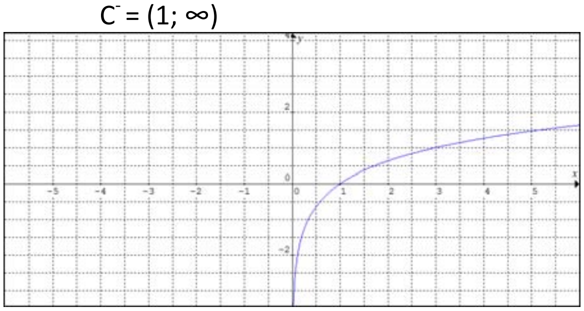


c) Dom = $(0; \infty)$; Im = R

Ceros: x = 1

$C^+ = (0; 1)$

$C^- = (1; \infty)$

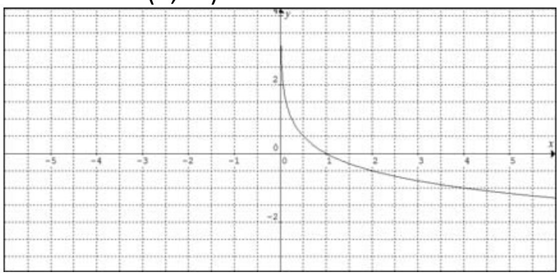


d) Dom = (0; ∞); Im = R

Ceros: x = 1

C^+ = (0; 1)

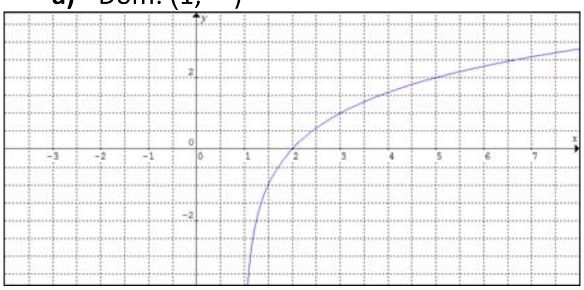
C^- = (1; ∞)



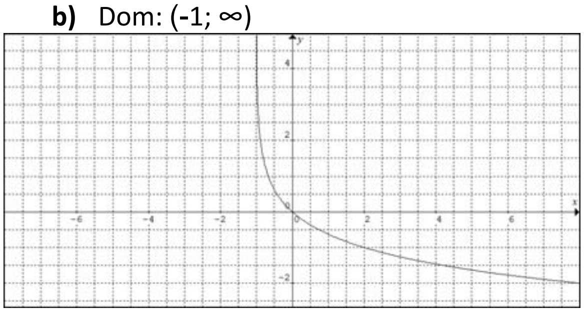
PÁG. 106

22

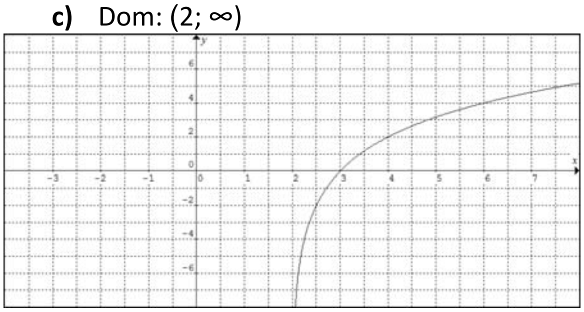
a) Dom: (1; ∞)



b) Dom: (-1; ∞)



c) Dom: (2; ∞)



23.

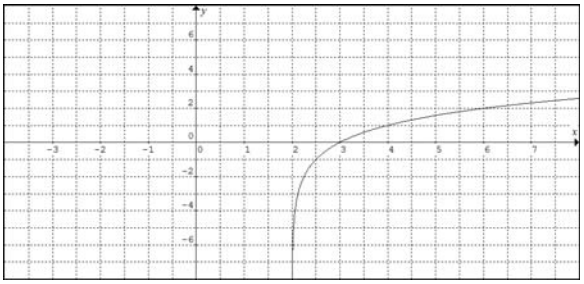
a) Dom = (2; ∞); Im = R

Ceros: x = 3

C^+ = (3; ∞)

C^- = (2; 3)

Asíntotas: x = 2



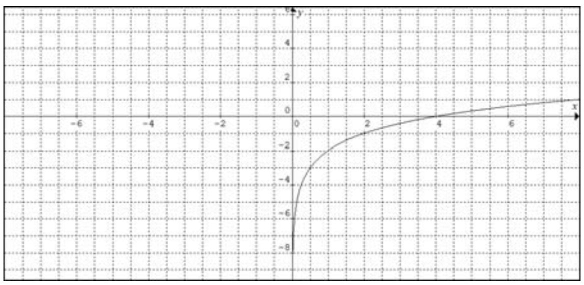
b) Dom = (0; ∞); Im = R

Ceros: x = 4

C^+ = (4; ∞)

C^- = (0; 4)

Asíntotas: x = 0



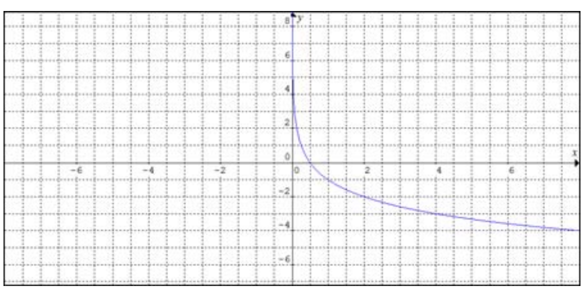
c) Dom = (0; ∞); Im = R

Ceros: x = 1/2

C^+ = (0; 1/2)

C^- = (1/2; ∞)

Asíntotas: x = 0



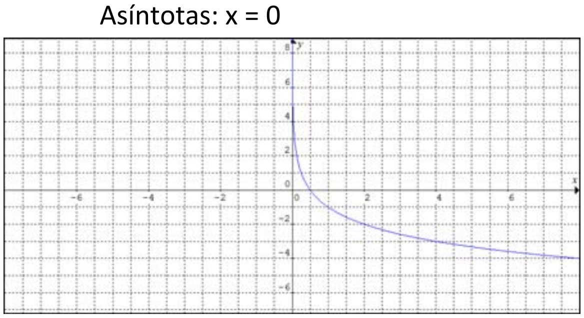
d) Dom = (0; ∞); Im = R

Ceros: x = 1/2

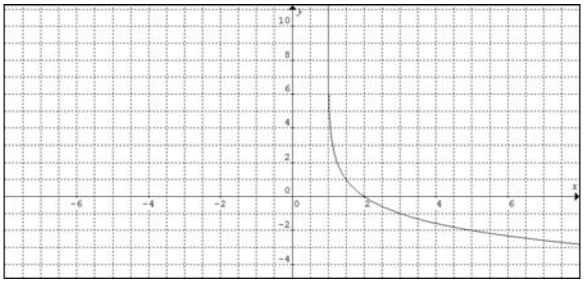
C^+ = (0; 1/2)

C^- = (1/2; ∞)

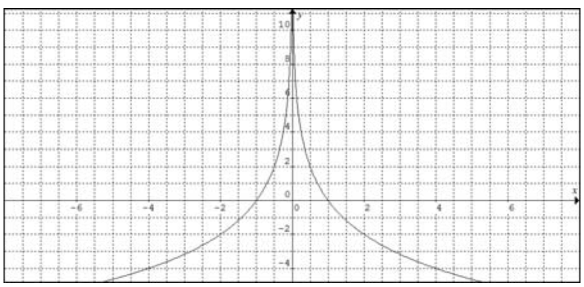
Asíntotas: x = 0



e) Dom = (1; ∞); Im = R
Ceros: x = 2
C^+ = (1; 2)
C^- = (2; ∞)
Asíntotas: x = 1



f) Dom = R -{0}; Im = R
Ceros: x = -1 y x= 1
C^+ = (-1; 0) U ((0; 1)
C^- = (-∞; -1) U (1; ∞)
Asíntotas: x = 0



24.

a) Dom: (0; ∞)
Im: R

b) Ceros: x = 1
C^+: (1; ∞)
C^-: (0; 1)

c) Intervalos de crecimiento: R^+
Intervalos de decrecimiento: Ø

d) Asíntotas: x = 0

25.

a) Dom: (0; ∞)
Im: R

b) Ceros: x = 1
C^+: (0; 1)
C^-: (1; ∞)

c) Intervalos de crecimiento: Ø
Intervalos de decrecimiento: R^+

d) Asíntotas: x = 0

PÁG. 107

26.

a) $\log_{0,2} 2$, porque la función $\log_{0,2} x$ es decreciente.
b) $\log_5 6$, porque la función $\log_5 x$ es creciente.

27.

a) $y = 1{,}36281752 \cdot 1{,}567619048^x$
b) No existe.
c) No existe.
d) $y = -231 \cdot 2{,}386277902^x$

28.

- **a)** 500 gramos.
- **b)** $y = 500 \cdot 0{,}98853574^x$, **x** en horas; **y** en kg.
- **c)** $5{,}83 \cdot 10^{-20}$ kg.
- **d)** Por día: 24,1742 %; por semana: 85,588 %; por mes: 99,975 %; por hora: 1,146426 %.
- **e)** 4 días 8 horas 25 minutos.

PÁG. 108

29.

- **a)** 4,5538 segundos.
- **b)** $1{,}74 \cdot 10^{-37}$ kg

30. Capital = $463,31; tasa = 22,918 %.

31. 31 horas 3 minutos 46,21 segundos.

32. 50 %

PÁG. 109

33.

- **a)** $y = 6{,}164456972 \cdot 0{,}9996995942^x$; **x** en días, **y** en kg.
- **b)** Por día: 0,03 %; por mes: 0,8973 %; por semana: 0,21 %; por minuto: 0,0000208 %.
- **c)** 6224 días 6 horas 55 minutos 47 segundos.

34.

- **a)** $y = 940{,}977 \cdot 1{,}0012^x$; **x** en días, **y** en gramos.
- **b)** Por día: 0,12 %; por hora: 0,005 %; por semana: 0,843 %; por mes: 3,66335 %.
- **c)** Aproximadamente, 578 días.

35.

- **a)** $y = 15897{,}66 \cdot 0{,}92^x$; con **x** en días, **y** en gramos.
- **b)** 8,313 días.
- **c)** Por día: 8 %; por hora: 0,3468 %; por semana: 44,21 %; por mes: 91,8 %.

36.

- **a)** $ 1200.
- **b)** $y = 1200 \cdot 1{,}021853^x$; **x** en meses, **y** en pesos.
- **c)** $ 2613,151
- **d)** Por mes: 2,1853 %; por semestre: 13,85 %; por semana: 0,542 %.
- **e)** Aproximadamente 66 meses.

37.

- **a)** 12,3987 años.
- **b)** Por año: 5,437 %; por década: 42,82 %; por mes: 0,465 %.

PÁG. 110

38.

- **a)** $y = 3{,}5 \cdot 0{,}962^x$; **x** en meses; **y** en kg.
- **b)** 68,12 meses.
- **c)** Por mes: 3,8 %; por año: 37,18 %; por década: 99,043 %; por semana: 0,964 %.

39.

- **a)** $y = 500 \cdot 1{,}000623637^x$; **x** en horas, **y** en gramos.
- **b)** Aproximadamente, 1762,17 horas.
- **c)** Por día: 1,5 %; por mes: 56,6555 %; por año: 23441675 %.

PÁG. 111

40.

- **a)** X= 11/7
- **b)** X = 19/4
- **c)** x = 1,917819203 o x = –2,96563
- **d)** x = 101/75
- **e)** x = 1
- **f)** x = (5 + √57)/8 ó x = (5 – √57)/8
- **g)** No tiene solución.

PÁG. 112

41.

- **a)** x = 1,125431679 o x = –1,58
- **b)** No tiene solución.
- **c)** x = 2,963891349 o x = –0,0749226607
- **d)** x = 1,767876219
- **e)** No tiene solución.
- **f)** No tiene solución.
- **g)** x = (1 + √65)/2 ó x = (1 – √65)/2
- **h)** x = (5 + √57)/8
- **i)** X = 7/4
- **j)** x = 18
- **k)** x = –1296
- **l)** x = 1161

ACTIVIDADES FINALES

PÁG. 125

1.

- **a)** $y = 132{,}29 \cdot 1{,}00345^x$; **x** en horas, **y** en gramos.
- **b)** 0,345 % por hora; 8,617 % por día; 78,35 % por semana.
- **c)** Cada 8 días, 9 horas y 15,5 minutos.
- **d)** Después de 587,3177 horas.

2.

- **a)** $y = 1{,}5182 \cdot 0{,}9762^x$; **x** en años, **y** en kg.
- **b)** 2,38 % por año; 0,2 % por mes; 21,41 % por década; 91 % por siglo.
- **c)** 46,109 años.

3.

- **a)** x = 7
- **b)** x = 5
- **c)** x = 3 ó x = 1,75
- **d)** x = 0,2361
- **e)** x = 4,72

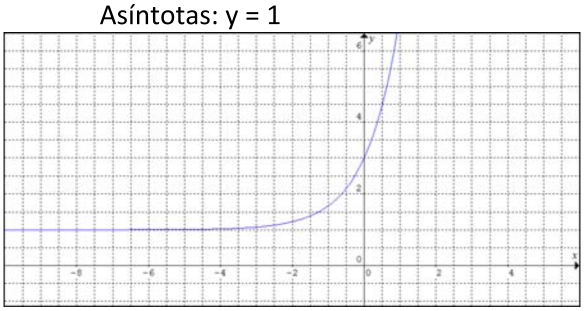
4.

- **a)** =
- **b)** >
- **c)** <
- **d)** >

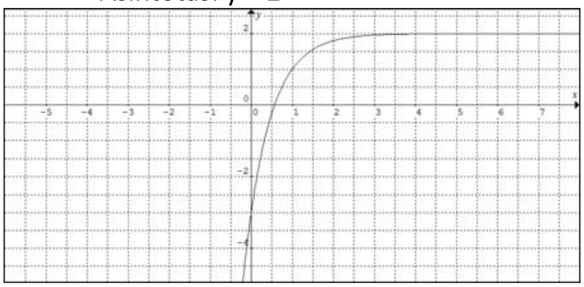
5. Por ejemplo: $y = -3.2^x$

6.

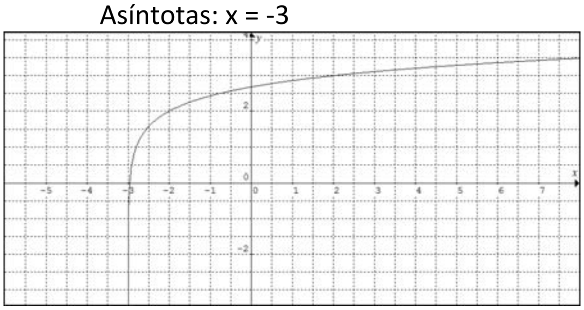
a) Dom: R
Intersección con eje x: no tiene
Intersección con eje y en y = 3
C^+: R
C^-: Ø
Asíntotas: y = 1



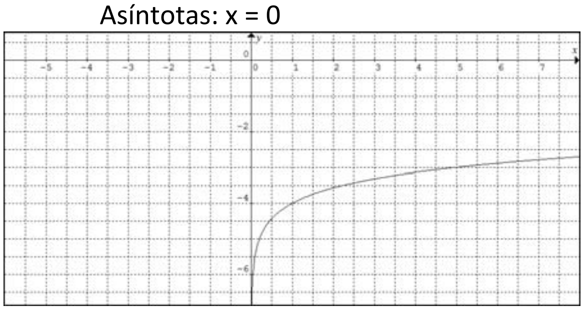
b) Dom: R
Intersección con eje x en x = 0,5693
Intersección con eje y en y = -3
C^+: (0,5693; ∞)
C^-: (-∞; 0,5693)
Asíntotas: y = 2



c) Dom: (3; ∞)
Intersección con eje x no tiene
Intersección con eje y en y = 2,682
C^+: (-2,96; ∞)
C^-: (-3; -296)
Asíntotas: x = -3



d) Dom: (0; ∞)
Intersección con eje x en x = 625
Intersección con eje y no tiene
C^+: (625; ∞)
C^-: (0; 625)
Asíntotas: x = 0



CAPÍTULO 6
SUCESIONES

PÁG. 128

1.

a) **i.** 16; 32; 64
ii. 1/64; 1/256; 1/1024
iii. 4; -4; 4

b) **i.** $a_n = 2^n$
ii. $a_n = (1/4)^{n-1}$
iii. $a_n = (-1)^n . 4$

2. Son progresiones aritméticas la **a.** y la **c.** Si cada término de la sucesión restado al anterior es constante, es una progresión aritmética.

3. Por ejemplo: $a_n = 3 – 0,25 . n$.

4.

a) $a_{22} = 91$
b) $a_{22} = –5$

5. –25,2; –22,2; –19,2; –16,2; –13,2

6. Por ejemplo: $a_n = 5 . (–0,25)^n$

PÁG. 129

7.

a) Son progresiones geométricas la **i.**, la **ii.** y la **iv.** Si cada termino de la sucesión dividido por el anterior es constante, es una progresión geométrica.

b) **i.** r = –1
ii. r = 1/2
iv. r = –2

8.

a) i. 2,025; 1,51875; 1,1390625, 0,8543
ii. $3.\sqrt{3}$; -9; $9.\sqrt{3}$; -27
ii. $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$

b) i. $a_n = 4,8 – n . 1,2$
ii. $(-1) . (-\sqrt{3})^n$
iii. $(-1)^n . \sqrt{2}$

9.

a_n= -2; 4; -8; 16; -32
b_n = -1; -3; -33; -163; -513
c_n = no se puede construir pues no existe a_1
d_n = 0; 4; 10; 18; 28

10.

a) **i.** Progresión aritmética. r = 0,01; $a_n = 3,25 – 0,01.n$
ii. Progresión geométrica. r = 1/2; $a_n = 4 . (1/2)^n$
iii. Progresión aritmética. r = 0,25; $a_n = 0,25 + 0,25.n$

b) **i.** $a_{34} = 2,91$
ii. $a_{34} = 2,33 . 10^{-10}$
iii. $a_{34} = 8,75$

11. 0,7; 2,2; 3,7; 5,2; 6,7

12. Por ejemplo: $a_n = 8.(1/3)^n$

13. $a_n = 6,5 + 1,25 . n$

PÁG. 130

14. $a_n = (64/9) . (3/2)^n$

15. 0,96; 1,52; 2,08; 2,64

16. –6; –9; –13,5; –20,25

17. $2400

18. 4,623 % mensual.

19. $1609,34

20. $9008,77

21. 18 meses.

PÁG. 131

22. 3 años y había depositado $1299,94.

23. 3105

24. 1341

25. $2255991009 . 10^{10}$

26. –430467

27. 871696100

PÁG. 132

28.

a) $ 14200

b) 200 semanas

29.

a) $ 5120

b) A la novena semana superan los $570.

30. $a_n = (4/3)^n$

31. 345

PÁG. 133

32. 810

33. 4200

34. 14 meses

35. $1372607547 . 10^5$

36. $(20/3). ((1/2^{40}) – 1)$

PÁG. 134

37. US$ 15520; US$ 13840; US$ 12160; US$ 10480; US$ 8800; US$ 7120

38. $548,336217

39. $19396,33045

40. Le conviene la segunda opción, pero esta mal planteado el problema porque la segunda opción le propone 30 cuotas de $350, lo que es igual a $10500 que obviamente es menor a los $ 90000 que le cuesta el auto.

41. $ 372

42. No tiene solución.

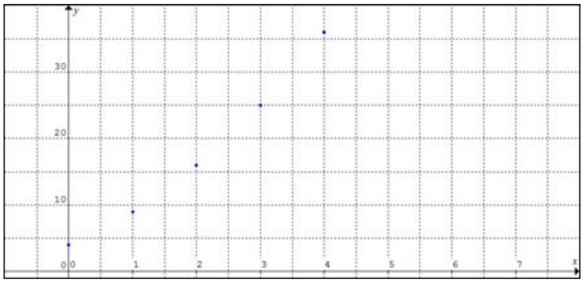
43. 20200

PÁG. 135

44.

a) $a_n = (n + 2)^2$

b)



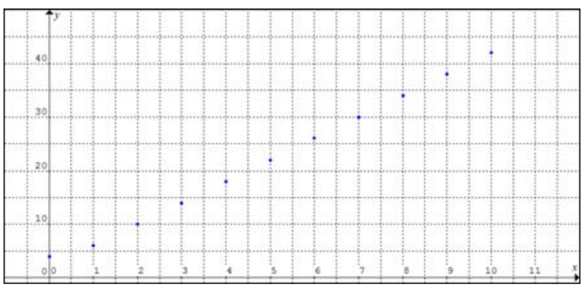
PÁG. 136

45.

a) 82 perlas

b) $a_n = 4n + 2$

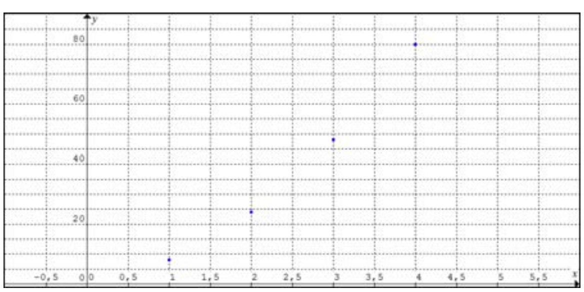
c)



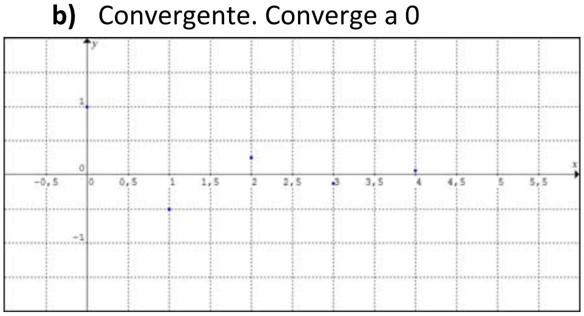
46. No son convergentes, son divergentes.

47.

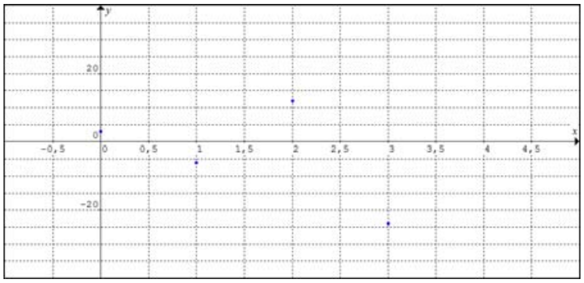
a) Divergente



b) Convergente. Converge a 0



c) Divergente



PÁG. 137

48.

a) Si $|r| < 1$

b) Si $|r| > 1$

c) Si $r = -1$

49. Converge si $r = 0$; diverge si $r \neq 0$; no puede ser oscilante.

50. $ 77198,7

PÁG. 138

51. $ 71732

52. Devuelve $5474,8605; a_9 = $597,5462843

53.

a) 2960 cm

b) $a_n = 400 + 10n$

PÁG. 139

54. a_n: cantidad de conejos el día 15 del mes n;

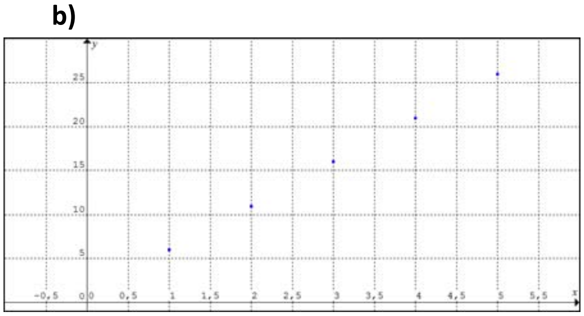
$a_1 = 1$; $a_2 = 1$; $a_3 = 3$; $a_4 = 3$; ...; $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$; $\forall\ n \geq 2$

55. $a_n = 3$; converge a 3.

56.

a) $a_n = 5n + 1$

b)



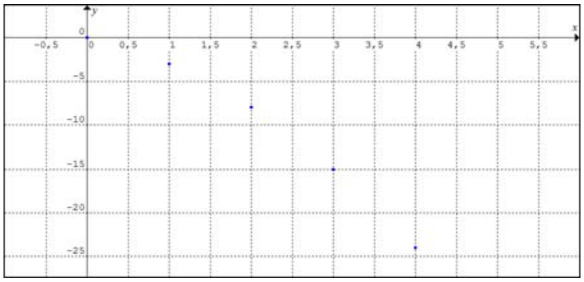
c) Es divergente.

57. $a_n = (-1)^n \cdot 3$

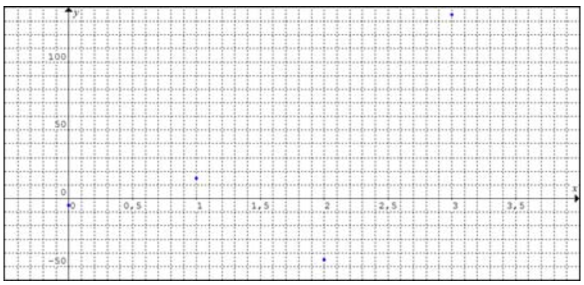
PÁG. 140

58.

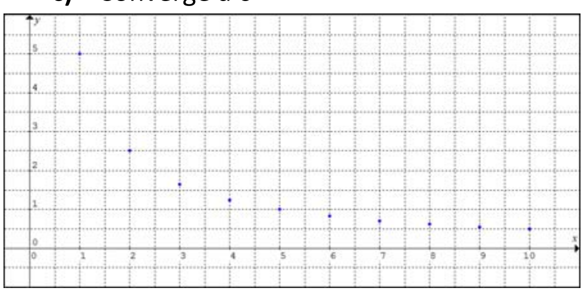
a) Diverge



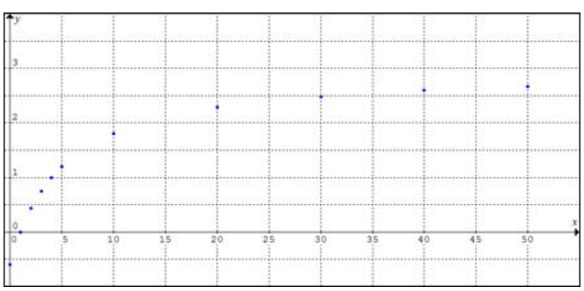
b) Diverge



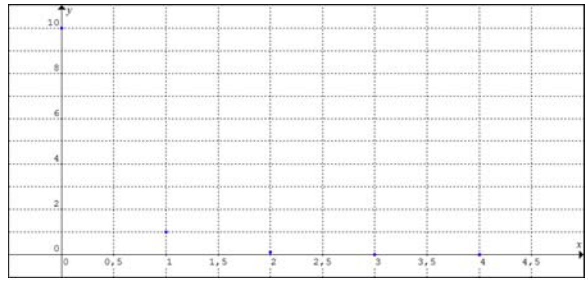
c) Converge a 0



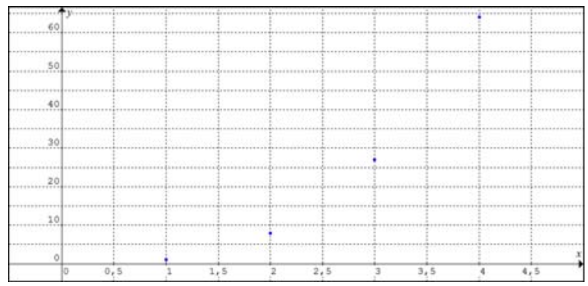
d) Converge a 3



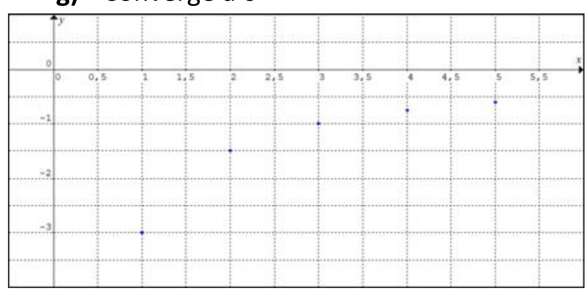
e) Converge a 0



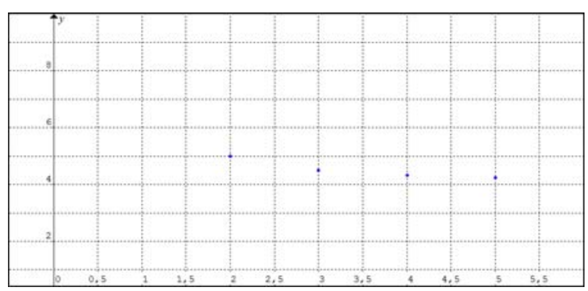
f) Diverge



g) Converge a 0



h) Converge a 4



ACTIVIDADES FINALES

PÁG. 155

1.

- **a)** Progresión aritmética. r = 1/3
- **b)** Progresión aritmética. r = 0,2
- **c)** Progresión geométrica. r = -2
- **d)** Progresión aritmética. r = 8
- **e)** Sucesión.
- **f)** Progresión geométrica. r = 0,01

2. 2; -3; -8

3. 14; -28; 56; -112; 224

4. 1485

5. -44286

6. $ 6084,37

PÁG. 156

7. $ 43 $ 1,55

8.

- **a)** $a_n = (n.(n+1))/2$
- **b)** Es divergente pues su límite es infinito.

9. a y b son divergentes. c no se sabe porque faltan datos.

CAPÍTULO 7

ESTADÍSTICA

PÁG. 159

1.

- **a)** La población es el conjunto de técnicos y jugadores de futbol de primera división de la Argentina.
- **b)** La muestra es la cantidad de encuestados, es decir, 58 personas.
- **c)** De la encuesta se puede inferir que la mayoría de los técnicos y jugadores de futbol de primera división de la Argentina está en contra de la opinión de Tabárez.

2.

- **a)** La característica es una variable, pues se cuenta la cantidad de libros que se prestan.
- **b)** La característica es un atributo, debido a que los datos son morocho, rubio, pelirrojo, y demás.
- **c)** La característica es una variable, porque se cuenta la cantidad de hermanos.
- **d)** La característica es un atributo, pues los datos son colores.
- **e)** La característica es un atributo, debido a que los datos son soltero, casado, divorciado y viudo.
- **f)** La característica es un atributo, porque si bien los datos son números, estos son los nombres de los menús; por lo tanto, no se están contando cantidades.

3.

- **a)** Atributo.
- **b)** Variable continua.
- **c)** Variable discreta.
- **d)** Variable discreta.
- **e)** Atributo.
- **f)** Variable continua.

PÁG. 160

4.

- **a)** La población en la estadística es la población de la Argentina.
- **b)** La muestra es la cantidad de personas encuestadas, es decir, 19026 personas.
- **c)** No, porque la mayoría de la gente no confía en el banco.

5.

a)

Edad	18	19	20	21	22	23	24	25	26	29	30	32	33	35	36	38	40
Frecuencia	4	3	1	1	3	8	5	4	4	2	1	3	2	1	1	2	3
Frecuencia relativa	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{48}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{16}$

b) L a moda es 23 años.

6.

a) L a frecuencia relativa que falta es 19/315 porque, 1 – 2/5 + 1/9 + 3/7 = 19/315

b) La moda es el dato 5.

PÁG. 161

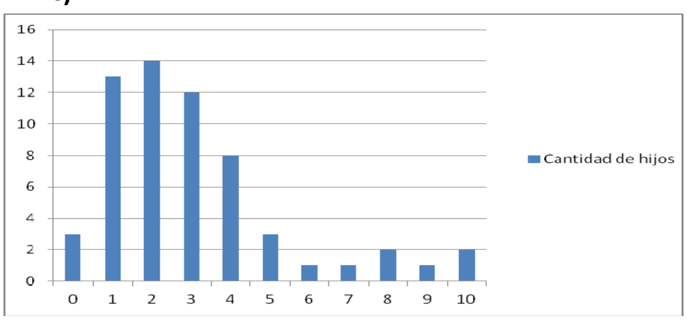
7.

a)

Cantidad de hijos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia	3	13	14	12	8	3	1	1	2	1	2
Frecuencia relativa	1/20	13/60	7/30	1/5	2/15	1/20	1/60	1/60	1/30	1/60	1/30

b) La moda es 2 hijos.

c)



8.

a) La población es las personas que se operan en el hospital.

b) La característica estudiada es un atributo, porque es el tipo de operación realizada.

c) La moda es la operación de apéndice.

9.

a)

Columna	1ª columna	2ª columna	3ª columna
Frecuencia relativa	0,28	0,165	0,555

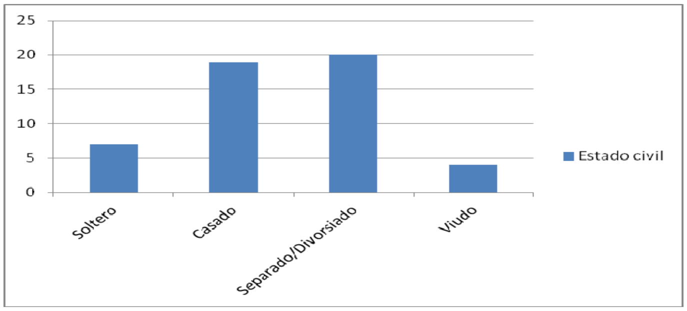
b) La moda es la 3ª columna.

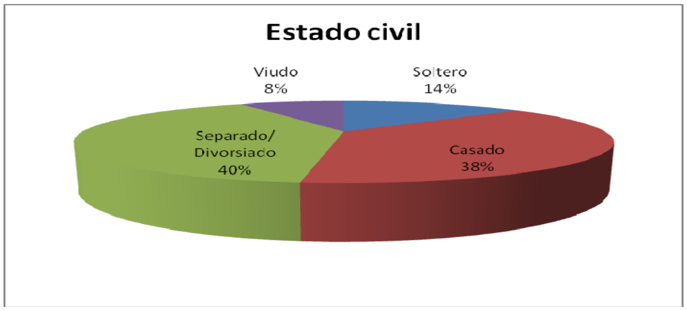
c) La ruleta no estaba equilibrada, porque, si lo hubiera estado, la frecuencia relativa de cada columna debería haber sido la misma.

PÁG. 162

10.

a)





b) La moda es Separado/ Divorciado.

c) La mayoría de los encuestados son adultos, porque dicha mayoría son los que están casados o separados/divorciados.

11. Como la $\overline{x}$= 27,7; entonces la edad promedio de las parturientas es 27 años.

12. Las personas encuestadas tienen en promedio 5 hijos, porque $\overline{x}$= 5

13. $\overline{x}$ = 3,35

PÁG. 163

14.

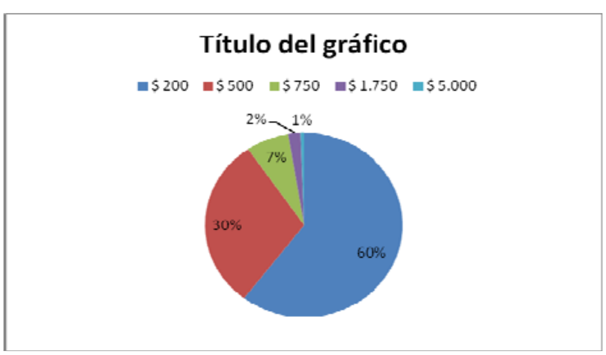
a) $ 200

b) 487 personas.

c)

Sueldo (en $)	200	500	750	1750	5000
Frecuencia acumulada	302	452	487	497	500

d)



15.

a) 43,75

b) El promedio es 8,75. k pues:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} k.x_1}{n} = \frac{k.\sum_{i=1}^{n} x_1}{n} = k.\frac{\sum_{i=1}^{n} x_1}{n} = k\,.\,8,75$$

c) 13,75

d) El promedio es 8,75 + k pues:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_1+k)}{n} = \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_1) + n.k}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_1}{n} + \frac{k.\cancel{n}}{\cancel{n}} = 8,75 + k$$

16. La sexta persona pesa 20 kg.

17. La frecuencia del n° 5 es 3 y la del n° 6 es 2

PÁG. 164

18.

a) $\overline{x} = 4,96$

$M_e = 5$

La moda es el dato 8

b) $\overline{x} = 4,585$

$M_e = 4$

Es una distribución de frecuencias bimodal con modas 1 y 3.

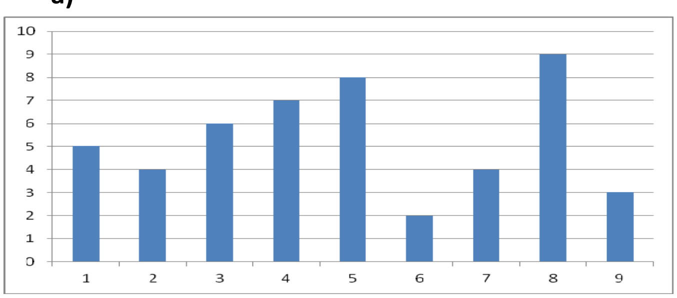
c) $\overline{x} = 5,053$

$M_e = 5$

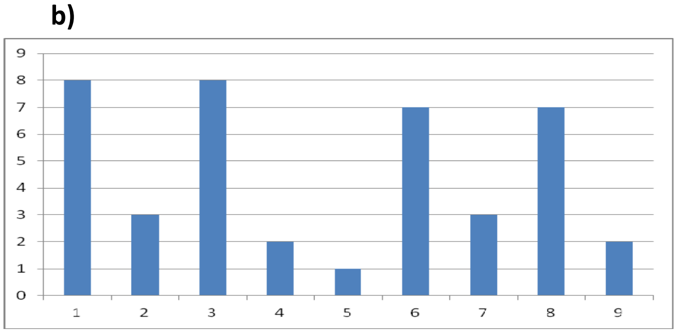
La moda es el dato 6

19.

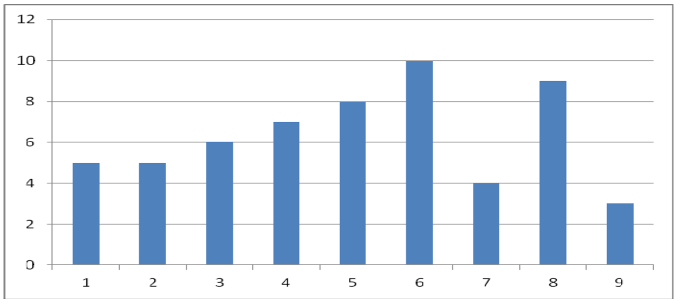
a)



b)



c)



PÁG. 165

20.

a) Discreta, porque son personas.

b) Continua, porque es una medida.

c) Continua, porque es una velocidad.

d) Discret,a porque es el número de autos.

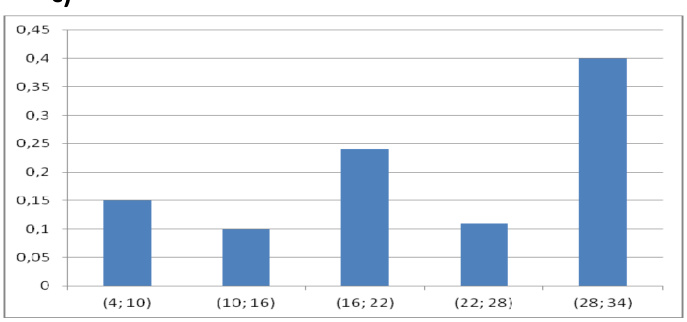
21.

a) 100

b)

Intervalos de clase	(4; 10)	(10; 16)	(16; 22)	(22; 28)	(28; 34)
Frecuencia relativa	0,15	0,1	0,24	0,11	0,4

c)



PÁG. 166

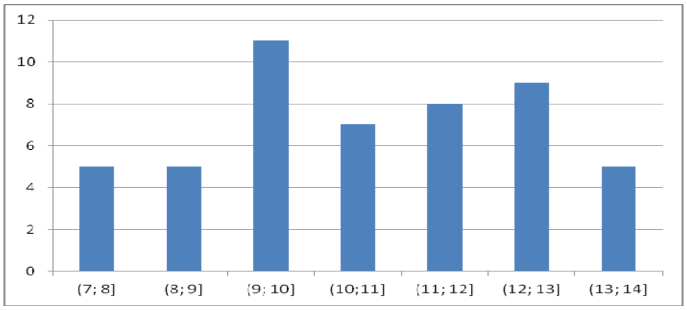
22.

a) Menor recorrido: 7,5 km.
Mayor recorrido: 14 km.

b)

Intervalos de clase	(7; 8]	(8; 9]	(9; 10]	(10;11]	(11; 12]	(12; 13]	(13; 14]
Frecuencia	5	5	11	7	8	9	5

c)



d)

Intervalos de clase	(7; 8]	(8; 9]	(9; 10]	(10;11]	(11; 12]	(12; 13]	(13; 14]
Marca de clase	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
Frecuencias relativas	0,1	0,1	0,22	0,14	0,16	0,18	0,1
Frecuencias acumuladas	5	10	21	28	36	45	50

23.

- **a)** 249 empresas.
- **b)** 89 empresas.
- **c)** Como $\overline{x}$ = 3322,79, entonces, el promedio de empleados de todas las empresas es 3323.
- **d)** El intervalo modal es (4000; 4999] y significa que la mayor cantidad de empresas consultadas tiene entre 4000 y 4999 empleados.
- **e)** La mediana es el dato numero 125, que esté en el intervalo (3000; 3999) empleados.
- **f)** Desvío = 1229,204

PÁG. 167

24.

- **a)** $\overline{x}$ = 3,56

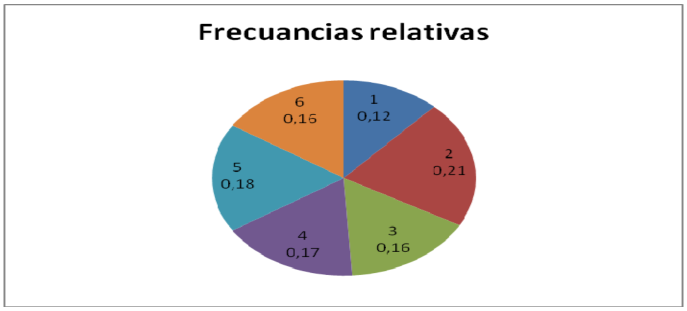
  M_e = 4

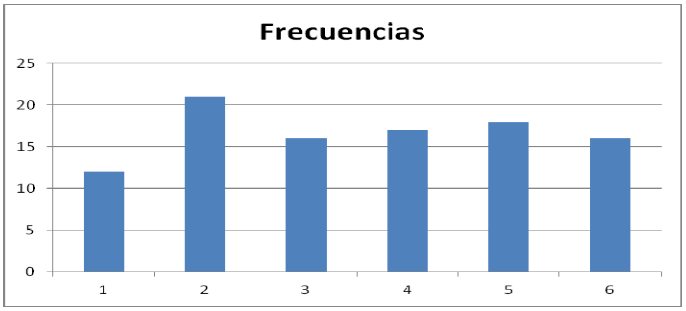
  La moda es 2
- **b)**

Número	1	2	3	4	5	6
Frecuencia relativa	0,12	0,21	0,16	0,17	0,18	0,16
Frecuencia acumulada	12	33	49	66	84	100

- **c)** Convendría trabajar con la tabla de distribución de frecuencias acumuladas, porque esta permite acumular la frecuencia de todos los datos desde el primero de ellos hasta el dato que se quiere considerar.
- **d)** v = 2,7064 y σ = 1,645.

e)



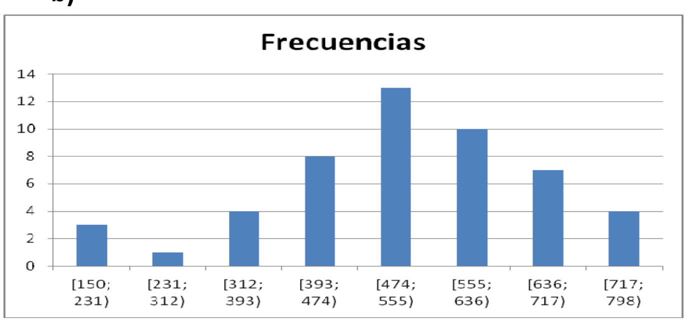


25.

a)

Intervalos de clases	[150; 231)	[231; 312)	[312; 393)	[393; 474)	[474; 555)	[555; 636)	[636; 717)	[717; 798)
Frecuencias	3	1	4	8	13	10	7	4

b)



c) $\overline{x} = 525{,}2$

$M_e = 514{,}5$

Intervalo modal: [474; 555)

v = 20273,49.

PÁG. 168

26.

$$V=\frac{\sum_{i=1}^{r}(x_i - x)^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{r} f_i}=\frac{\sum_{i=1}^{r}(\overline{x_i}^2 - 2x_i\, x + x^2)\cdot f_i}{\sum_{i=1}^{r} f_i}=\frac{\sum_{i=1}^{r}(x_i^2 f_i - 2x_i\, x\, f_i + x^2 f_i)}{\sum_{i=1}^{r} x\, f_i}=$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^{r} f_i}-\frac{\sum_{i=1}^{r} 2x_i\, x\, f_i}{\sum_{i=1}^{r} f_i}+\frac{\sum_{i=1}^{r} x^2 f_i}{\sum_{i=1}^{r} f_i}=\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 f_i}{n}-2x\,\frac{\sum_{i=1}^{r} x_i f_i}{n}+x^2\,\frac{\cancel{\sum_{i=1}^{r} f_i}}{\cancel{\sum_{i=1}^{r} f_i}}=$$

$$=\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{r} x_i^2 f_i - 2xx + x^2 = \left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{r} x_i^2 f_i - x^2$$

27.

$\overline{x} = 3{,}3$

$M_e = 3{,}5$

Moda: 1 y 4

$v = 4{,}81$

28.

a)

Intervalos de clases	(1,72; 1,726]	(1,726; 1732]	(1,732; 1,738]	(1,738; 1,744]	(1,744; 1,75]
Frecuencias	3	7	10	7	3

b) Intervalo modal: (1,732; 1,738]

$\overline{x} = 1{,}735$

$M_e = 1{,}735$

$\sigma = 0{,}006$

29.

a) La media aritmética es $3 \cdot \overline{x}$ y el desvió estándar es 3σ.

b) La media aritmética es $x + 9$ y el desvió estándar es σ.

c) La media aritmética es $3 \cdot \overline{x} + 9$ y el desvió estándar es 3σ.

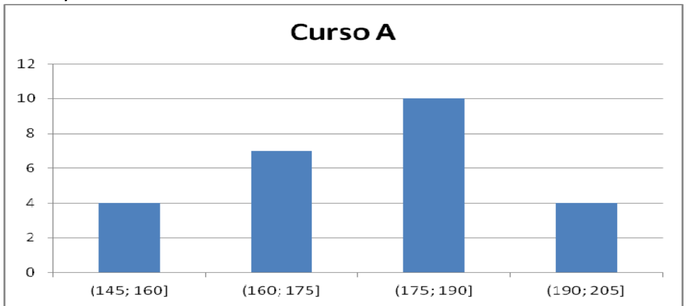
PÁG. 169

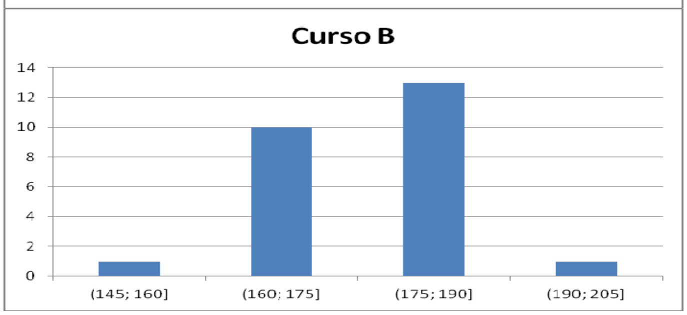
30.

a) Curso A: $\overline{x} = 175{,}9$, $M_e = 182{,}5$, el intervalo modal es (175; 190] y $\sigma = 14{,}122$.
Curso B: $x = 175{,}9$, $M_e = 182{,}5$, el intervalo modal es (175; 190] y $\sigma = 9{,}562$.

b) El curso B, porque el desvió estándar para los datos de dicho curso es menor que el correspondiente para los datos del curso A.

c)





31.

a) a = 2 y b = 6

b) M_e = 2 y la moda es 2.

ACTIVIDADES FINALES

PÁG. 185

1.

a) Variable continua.

b) Atributo.

c) Variable continua.

d) Atributo.

2.

a)

Número	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	7	5	6	7	3	2

b) M_e= 3

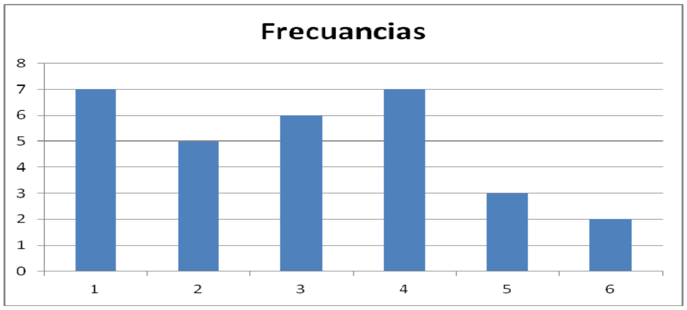
Es una distribución bimodal, las modas son 1 y 4.

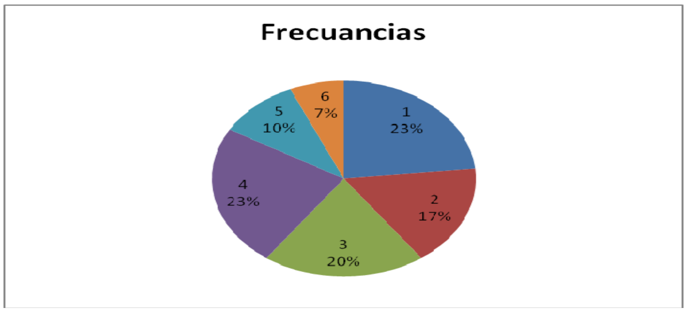
σ = 1,527

c)

Número	1	2	3	4	5	6
Frecuencia relativa	7/30	1/6	1/5	7/30	3/10	1/15
Frecuencia acumulada	7	12	18	25	28	30

d)





3. 8,5

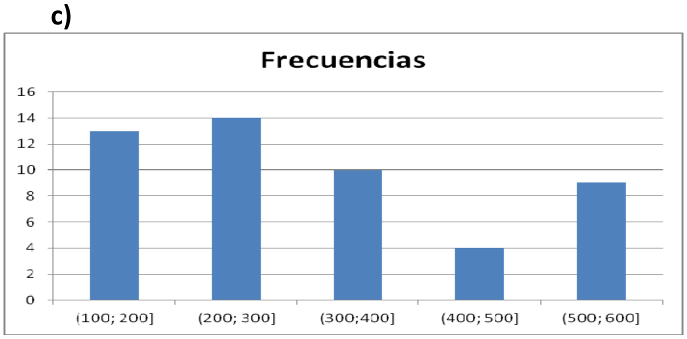
4.

a)

Intervalos de clases	(100; 200]	(200; 300]	(300;400]	(400; 500]	(500; 600]
Marca de clase	150	250	350	450	550
Frecuencia	13	14	10	4	9

b) x = 314
M_e = 250
Intervalo modal = (200; 300]
v = 19904
σ = 141,081

c)



5. El primer histograma corresponde al equipo Los Mejores y el segundo al equipo Los Pibes, pues los datos están más concentrados alrededor de la media aritmética en el primer gráfico que en el segundo, con lo cual el desvío estándar para el primer histograma debe ser menor que para el segundo.