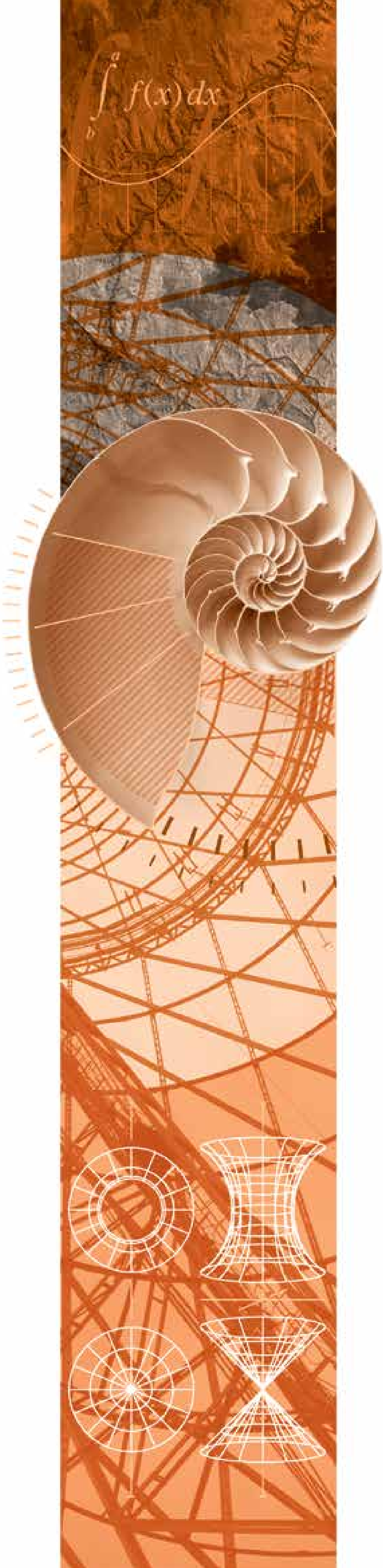


serie enfoques

Respuestas y soluciones

Matemática III

De la práctica a la formalización

Liliana Edith Kurzrok
Claudia Comparatore
Silvia Viviana Altman

longseller
EDUCACIÓN

Capítulo 1: Vectores

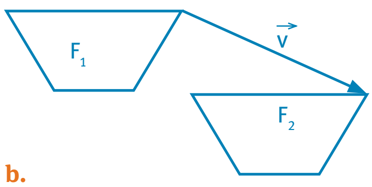
Sección: Analizar – Discutir – Resolver

Título: Vectores en el plano

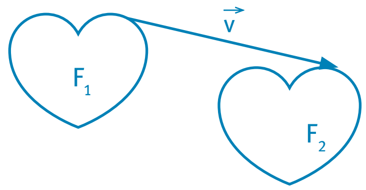
Página 8

1.

a.

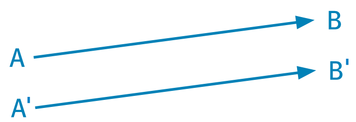


b.

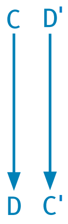


Página 9

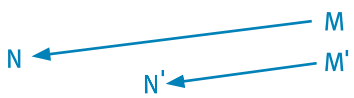
2.



3.



4.



5. **a.** No son equivalentes.

b. No son equivalentes.

6. **a.** $\overrightarrow{BA} = \vec{a} - \vec{b}$

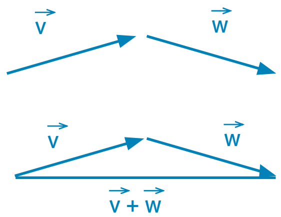
b. $\overrightarrow{BP} = 3\vec{a} - 3\vec{b}$

c. $\overrightarrow{RQ} = \frac{3}{2}\vec{a} - 2\vec{b}$

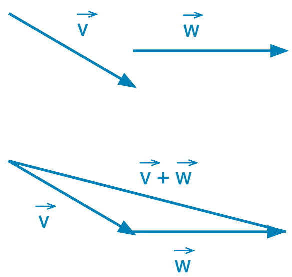
d. $\overrightarrow{QA} = -\frac{1}{2}\vec{a}$

Página 10

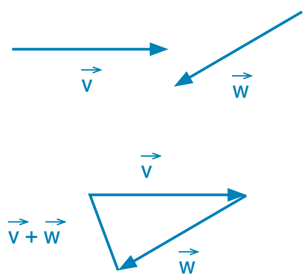
7. **a.**



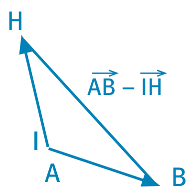
b.



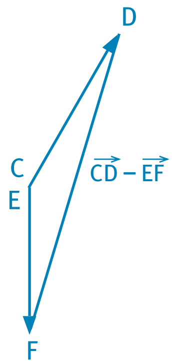
c.



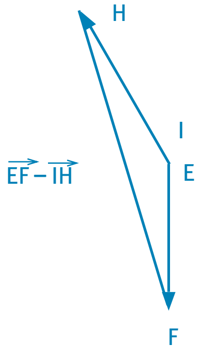
8. **a.**



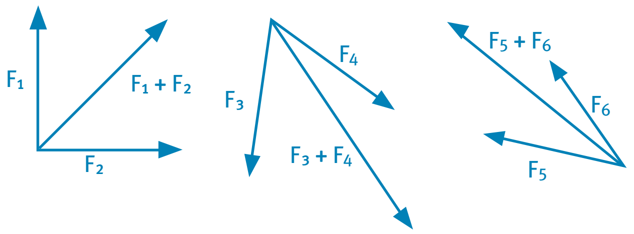
b.



c.

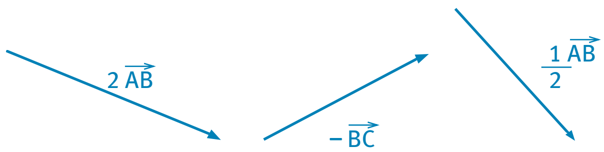


9.



10.

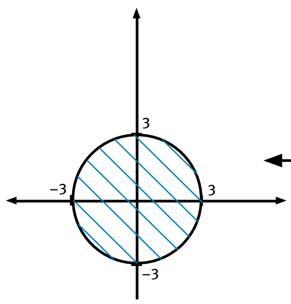
a.



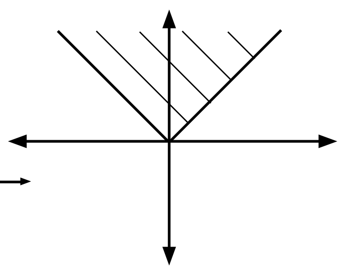
Página 11

11. $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = (-4; -1)$, $\vec{c} = (-3; 4)$, $\vec{d} = (1; 4)$, $\vec{e} = (4; 1)$

12. a.



b.



13. a. $\vec{v} = \left(\frac{\sqrt{75}}{2}; \frac{5}{2}\right)$

b. $\vec{v} = (0{,}34729655; 1{,}969615506)$

c. $\vec{v} = (-10; 0)$

Página 12

14. $|\vec{a}| = \sqrt{34}$; $\Phi = 30°\ 57'\ 49{,}52''$

$|\vec{b}| = 4$; $\Phi = 90°$

$|\vec{c}| = \sqrt{53}$; $\Phi = 15°\ 56'\ 43{,}425''$

15. a. No es único; cualquier vector de la forma:

$a_1(7; 3) + a_2(1; 5)$, con a_1 y $a_2 \in \mathbb{R}$, cumple con la condición. Por ejemplo: (23; 19).

b. No es único; cualquier vector de la forma:

$a_1(15;11) + a_2(1; 5)$, con a_1 y $a_2 \in \mathbb{R}$, cumple con la condición. Por ejemplo: (-10; 14).

c. No es único; cualquier vector de la forma:

$a_1(7; 3) + a_2(1; 5) + a_3(15; 11)$, con a_1, a_2 y $a_3 \in \mathbb{R}$, cumple con la condición. Por ejemplo: (30; 22).

Página 13

16. 48

17. $\vec{a} + \vec{b} = (6; 3)$

$\vec{c} + \vec{a} = (3; -6)$

$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 0)$

$\vec{b} - \vec{a} = (-8; 9)$

$2\vec{a} = (14; -6)$

$3\vec{c} - 4\vec{a} = (-40; 3)$

18. Por ejemplo: (10; 4); (–5; –2); (2,5; 1).

19. Propiedad **1.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}| \cdot \cos\alpha = |\vec{b}|.|\vec{a}| \cdot \cos\alpha = \vec{b} \cdot \vec{a}$

Propiedad **4.** Sean **a** y **b** dos vectores, y sea α el ángulo entre ellos.
Si $n \geq 0 \Rightarrow \alpha$ es el ángulo entre $n\vec{a}$ y $\vec{b}$, y $|n\vec{a}| = n|\vec{a}| \Rightarrow n(\vec{a} \cdot \vec{b})$
$= n|\vec{a}|.|\vec{b}|\cos\alpha =$

$= |n\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha = (n\vec{a}).\vec{b}$

Si $n < 0 \Rightarrow$ el ángulo entre $n\vec{a}$ y $\vec{b}$ es $(\pi - \alpha)$, y $|n\vec{a}| = -n|\vec{a}|$
$\Rightarrow n(\vec{a} \cdot \vec{b}) = n|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha =$
$= -|n\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha = |n\vec{a}||\vec{b}|\,(-\cos\alpha) = |n\vec{a}||\vec{b}|\cos(\pi - \alpha) =$
$(n\vec{a}).\vec{b}$

Propiedad **5.** Un vector con sí mismo forma un angulo de $0° \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|.|\vec{a}| \cos 0° = |\vec{a}|^2$

Propiedad **6.** Si $\vec{a}$ es perpendicular a $\vec{b}$, el ángulo formado entre ellos es de 90°; entonces, $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}| \cdot \cos 90° = 0$.

Página 14

20. **a.** 43° 5' 27"

b. 91° 50' 51,4"

21. **a.** (−7; −2)

b. (4; 16)

c. (9; −10)

d. (−4; 3)

e. 60

22. **a.** 104° 2' 10,48"

b. 16° 55' 39,05"

23. **a.** Por ejemplo: (0,15706; 0,98759). No es único, hay infinitos vectores que cumplen con la condición dada.

b. Por ejemplo: (−3; 5).

24. $m = -\frac{3}{5}$

25. Hay dos vectores que cumplen las condiciones pedidas: (−3,317; −3,74102) y (−1,0024; 4,885).

26. x = 3

Sección: Actividades finales

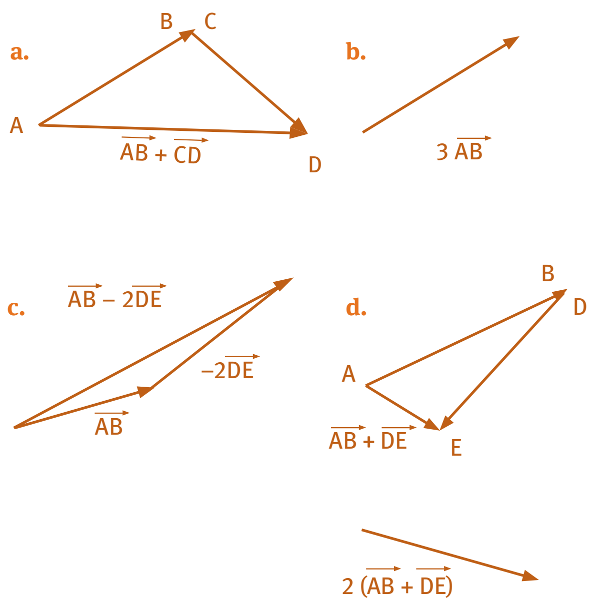
Página 26

1. **a.** Por ejemplo: $\overrightarrow{CE}$, con E = (0; 2).

b. Sí, son paralelos.

c. Por ejemplo: E = (1; 3).

2.



3. **a.** $\overrightarrow{OP} = 3\vec{a}$

b. $\overrightarrow{ON} = \frac{3\vec{a}}{2} + \vec{b}$

c. $\overrightarrow{PN} = \vec{b} - \frac{3\vec{a}}{2}$

d. $\overrightarrow{QP} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$

4. $\vec{a} = (3; 2)$

$\vec{b} = (-1; 3)$

$\vec{c} = (-3; -1)$

$\vec{d} = (3; -1)$

Página 27

5. $|\vec{a}| = \sqrt{13}$; Φ = 33° 41' 24,24"

$|\vec{b}| = \sqrt{10}$; Φ = 161° 33' 54,1"

$|\vec{c}| = \sqrt{10}$; Φ = 198° 26' 5,816"

$|\vec{d}| = \sqrt{10}$; Φ = 341° 33' 54,184"

6. **a.** $(3; 2) = (5; 3) - \frac{4}{1}(8; 4)$

b. (9; 7) = 5 (5; 3) − 2 (8; 4)

c. $(0; 2) = 4\,(5; 3) - \frac{2}{5}(8; 4)$

d. $(-2; 0) = 2\,(5; 3) - \frac{2}{3}(8; 4)$

7. **a.** −25

b. −12

c. −33

d. 48

e. (76; −9)

f. −302

8. y = 2. La respuesta es única.

9. **a.** Sí.

b. Sí.

c. No.

10. α = 101° 18' 35,75"

β = 45°

Φ = 33° 41' 24,243"

Página 28

11. $m = \dfrac{96 + 50\sqrt{3}}{11}$ o $m = \dfrac{96 + 50\sqrt{3}}{11}$

12. w = (–5; 2) o w = (5; –2). Dado un vector, hay infinitos vectores perpendiculares a él contenidos en una recta. Al fijar el módulo del vector, obtenemos dos soluciones opuestas entre sí.

13. 21. 85° 36' 4,66'' y 94° 23' 55,34''

14. x = 0. La respuesta es única.

15. $y = 2 - \dfrac{x^2}{2}$, para todo x

16. 48

17. **a.** 43° 5' 27'' **b.** 91° 50' 51,4''

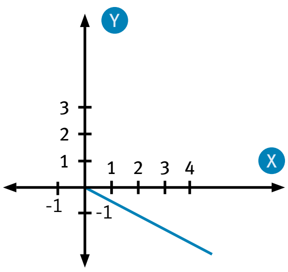
Cap. 2: Geometría analítica

Sección: Analizar – Discutir – Resolver

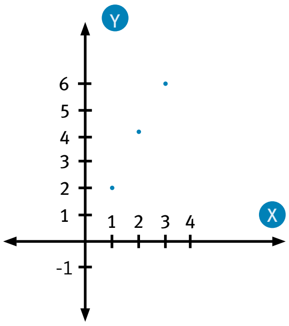
Título: Vectores

Página 30

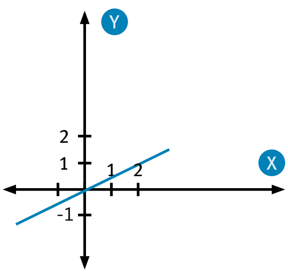
1. **a.**



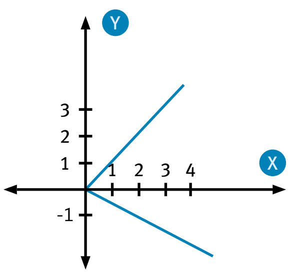
b.



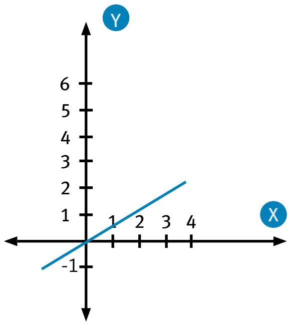
c.



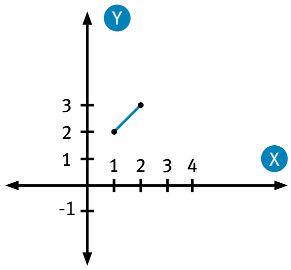
d.



e.



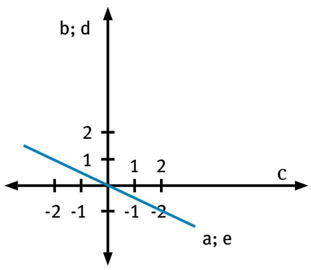
f.



Página 31

2. **a.** L: X = k . (2; –1) k ∈ ℝ
b. L: X = k . (0; 3) k ∈ ℝ
c. L: X = k . (2; 0) k ∈ ℝ
d. L: X = k . (0; –1) k ∈ ℝ
e. L: X = k . (–2; 1) k ∈ ℝ

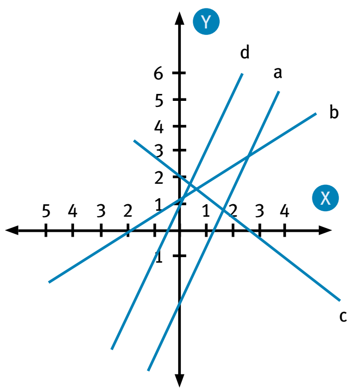
3.



4. Son la misma recta; sus vectores dirección son múltiplos.

5. **a.** L: X = k . (2; 3) + (1; 2) k ∈ ℝ
b. L: X = k . (6; 3) + (–2; 2) k ∈ ℝ
c. L: X = k . (–2; 2) + (0; 2) k ∈ ℝ
d. L: X = k . (2; 3) + (–1; 3) k ∈ ℝ

6.



7. Las rectas son paralelas y sus vectores dirección son múltiplos.

8. $\begin{cases} x = 2k + 1 & k \in \mathbb{R} \\ y = 3k + 2 \end{cases}$

9. $3x - 6y = -18$

10. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2}$

11. a. L: $X = k \cdot (-1; 1; 3) + (1; 2; 3)$ $\quad k \in \mathbb{R}$
 b. L: $X = k \cdot (-2; -3; 2) + (0; -2; 4)$ $\quad k \in \mathbb{R}$

12. L: $X = k \cdot (2; -3; 7) + (0; 6; 7)$ $\quad k \in \mathbb{R}$

Página 32

13. a. La dirección es $(-3; 1)$ y dos puntos en la recta son, por ejemplo, $(2; 1)$ y $(-1; 2)$.

 b. La dirección es $\left[\frac{2}{3}; 1\right]$ y dos puntos en la recta son, por ejemplo, $(3; 2)$ y $(1; -1)$.

 c. La dirección es $(4; 3)$ y dos puntos en la recta son, por ejemplo, $(1; 2)$ y $(5; 5)$.

14. a. La dirección es $(-1; 0; 3)$ y dos puntos en la recta son, por ejemplo, $\left[1; \frac{1}{3}; -1\right]$ y $\left[0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$.

 b. La dirección es $(-1; 1; 3)$ y dos puntos en la recta son, por ejemplo, $(2; 0; -4)$ y $(1; 1; -1)$.

 c. La dirección es $(1; -3; 1)$ y dos puntos en la recta son, por ejemplo, $(1{,}5; -1; 0)$ y $(2{,}5; -4; 1)$.

15. a. No son paralelas.

 b. Son paralelas, pues sus direcciones son múltiplos.

 c. Son paralelas, pues sus direcciones son múltiplos.

Página 33

16. $2x + 3y = 11$. Hay una sola recta que cumple las condiciones.

17. L: $X = k(1; 1; 0) + (-2; 5; 1)$, $k \in \mathbb{R}$. Hay una sola recta que cumple las condiciones.

18. a. Son perpendiculares, pues el producto escalar entre sus direcciones es cero.

 b. No son perpendiculares, porque el producto escalar entre sus direcciones no da cero.

19. L: $(-2; 5) + \lambda\,(-4, 5)$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Hay una sola recta que cumple las condiciones.

20. Son muchas las rectas que verifican dicha condición. Por ejemplo:
L: $X = k(3; -4; -3) + (0; 1; 2)$, $k \in \mathbb{R}$.

21. a. $(-4; 6)$
 b. $(3; 0; -5)$

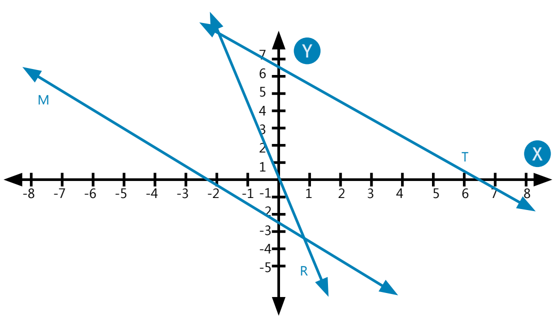
Sección: Actividades finales

Página 43:

1. a. M: $X = k\,(-8; 8) + (2; -4)$ $\quad k \in \mathbb{R}$

 b. R: $X = k\,(1; -4)$ $\quad k \in \mathbb{R}$

 c. T: $X = k\,(8; -8) + (2; 5)$ $\quad k \in \mathbb{R}$



2. a. L: $X = k(6; 1) + (12; 0)$, $k \in \mathbb{R}$. Tres puntos de la recta son, por ejemplo, $(0; -2)$; $(6; -1)$; $(12; 0)$.

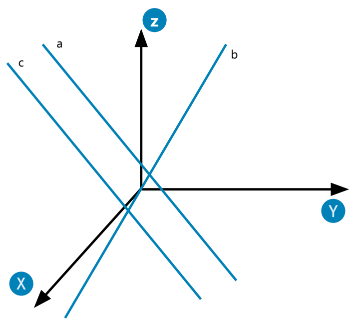
 b. L: $X = k(3; 1) + (14; 0)$, $k \in \mathbb{R}$. Tres puntos de la recta son, por ejemplo, $(14; 0)$; $(17; 1)$; $(11; -1)$.

 c. L: $X = k(2; -5) + (-5; 4)$, $k \in \mathbb{R}$ Tres puntos de la recta son, por ejemplo, $(-5; 4)$; $(-3; -1)$; $(-1; -6)$.

3. a. L: X = k(2; 5; −2) + (2; 1; 4), k ∈ ℝ

   b. L: X = k(2; 3; 4) + (1; 1; 1), k ∈ ℝ

   c. L: X = k(2; 5; −2) + (3; 4; 1), k ∈ ℝ



Página 44:

4. a. L: X = k(−1,5; 1; 2) + (0,5; 0; 2), k ∈ ℝ. Tres puntos de la recta son, por ejemplo, (0,5; 0; 2); (−1; 1; 4); (2; −1; 0).

   b. L: X = k(−1; 1; 0) + (2; 0; −2), k ∈ ℝ. Tres puntos de la recta son, por ejemplo, (2; 0; −2); (1; 1; −2); (0; 2; −2).

   c. L: X = k(0; 1; 0) + (2; 2; 3), k ∈ ℝ. Tres puntos de la recta son, por ejemplo, (2; 2; 3); (2; 3; 3); (2; 0; 3).

5. Sí (para k = 0,5).

6. L: X = k (2; 3) + (−2; 1), k ∈ ℝ

7. $d = \frac{19\sqrt{13}}{13}$

8. a. (3; 1)

   b. S = Φ

9. a. (2; −1; 3)

   b. Las rectas no se cortan.

Cap. 3: Números complejos

Sección: Analizar – Discutir – Resolver

Título: Números complejos

Página 46

1. a. x = 13

   b. x = 2 o $x = \frac{-5}{7}$

   c. x = − 17

   d. No hay ningún número racional que verifique la igualdad.

2. a. 5 − 4i b. 5 + 13i

   c. 13 − i d. 10 + 6i

   e. 66 − 30i f. −16 + 16i

Página 47

3. a. $=\overline{z+w} = \overline{(a+bi)+(c+di)} = \overline{a+c+(b+d)i} = a+c-(b+d)i$

   $= a+c-bi-di = a-bi+c-di =$

   $= \overline{z} + \overline{w}$

   b. $= \overline{z-w} = \overline{(a+bi)-(c+di)} = \overline{a-c+(b-d)i} = a-c-(b-d)$

   $i = a-c-bi+di = a-bi-(c-di) =$

   $= \overline{z} - \overline{w}$

4. a. 9 + 6i

   b. −2 + 2i

5. a. − 1,9 + 3,3i

   b. 7,4 − 0,8i

6. a. x = −1,5 + 2,5i o x = −1,5 − 2,5i

   b. x = 0,25 − 0,25i

   c. x = 1 + 5i o x = 1 − 5i

7. Sí, es solución.

8. a. x . (x − 1) . (x + 2i) . (x − 2i)

   b. (x + 1) . (x − 2) . [x − (1 + 2i)] . [x − (1 − 2i)]

Página 48

9. a. a ∈ ℝ, a≠0 o |z| = 1

   b. z = 1 o z = 0,5 + i

   c. z = − i

   d. z = a + ai, a ∈ ℝ

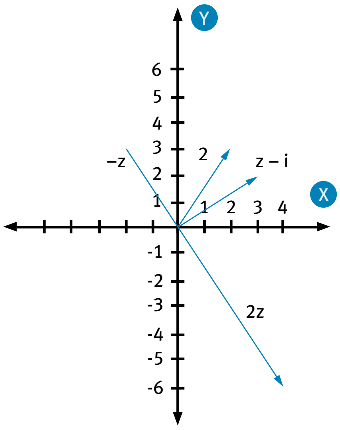
10. a. 0

    b. − 1

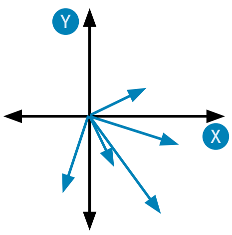
    c. −8 − 6i

    d. $-\frac{5}{41} - \frac{4i}{41}$

11.



12.



13. $3 + 2i$

$4i$

Página 49

14. **a.** $\sqrt{2} . \left[\cos\frac{3}{4}\pi + i\,\text{sen}\frac{3}{4}\pi\right]$

b. $2 . \left[\cos\frac{4}{3}\pi + i\,\text{sen}\frac{4}{3}\pi\right]$

c. $6\sqrt{2} . \left[\cos\frac{7}{4}\pi + i\,\text{sen}\frac{7}{4}\pi\right]$

d. $2 . \left[(\cos\ \pi + i\,\text{sen}\ \pi)\right]$

e. $5 . \left[\cos\frac{1}{9}\pi + i\,\text{sen}\frac{1}{9}\pi\right]$

f. $\left[\cos\frac{3}{2}\pi + i\,\text{sen}\frac{3}{2}\pi\right]$

15. **a.** $|a + 0i| = \sqrt{a^2 + 0^2} = \sqrt{a^2} = |a|$

b. $|bi| = \sqrt{0^2 + b^2} = \sqrt{b^2} = |b|$

c. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-a)^2 + (-b)^2} = |-z|$

d. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{-a^2 + (-b)^2} = |z|$

e. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \geq \sqrt{a^2} = |Re(z)|$

f. $|z| = 0 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ y $b = 0 \Leftrightarrow$ $z = 0$

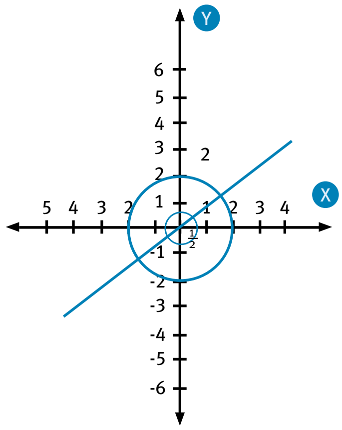
16. $\left|\frac{z}{w}\right| = \left|z.\frac{1}{w}\right| = |z| . \left|\frac{1}{w}\right| = |z| . \frac{1}{|w|} = \frac{|z|}{|w|}$

17. **a.** Falso.

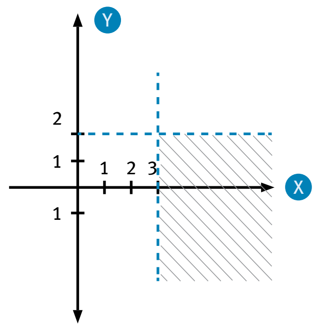
b. Falso.

c. Verdadero.

18. **a.**



b.



19. **a.** $\frac{\pi}{2}$

b. 5,82

Página 50

20. **a.** $\frac{2048\,i}{15625}$

b. $\frac{\sqrt{2}}{2^{28} . 3^{8}}\left(\cos\frac{13}{12}\pi + i\,\text{sen}\frac{13}{12}\pi\right)$

21. **a.** $\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} - \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}\,i;\ -\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}\,i$

b. $2 + i\ ;\ -2 - i$

c. $i\ ;\ -i$

d. $1 - i\ ;\ -1 + i$

22. **a.** $z_0 = \cos 0 + i\operatorname{sen} 0$ $\quad z_1 = \left(\cos \frac{2}{3}\pi + i\operatorname{sen} \frac{2}{3}\pi\right)$

$z_3 = \left(\cos \frac{4}{3}\pi + i\operatorname{sen} \frac{4}{3}\pi\right)$

b. $z_0 = \sqrt[16]{2}\,.\left(\cos \frac{7}{32}\pi + i\operatorname{sen} \frac{7}{32}\pi\right)$

$z_1 = \sqrt[16]{2}\,.\left(\cos \frac{15}{32}\pi + i\operatorname{sen} \frac{15}{32}\pi\right)$

$z_2 = \sqrt[16]{2}\,.\left(\cos \frac{23}{32}\pi + i\operatorname{sen} \frac{23}{32}\pi\right)$

$z_3 = \sqrt[16]{2}\,.\left(\cos \frac{31}{32}\pi + i\operatorname{sen} \frac{31}{32}\pi\right)$

$z_4 = \sqrt[16]{2}\,.\left(\cos \frac{39}{32}\pi + i\operatorname{sen} \frac{39}{32}\pi\right)$

$z_5 = \sqrt[16]{2}\,.\left(\cos \frac{47}{32}\pi + i\operatorname{sen} \frac{47}{32}\pi\right)$

$z_6 = \sqrt[16]{2}\,.\left(\cos \frac{55}{32}\pi + i\operatorname{sen} \frac{55}{32}\pi\right)$

$z_7 = \sqrt[16]{2}\,.\left(\cos \frac{63}{32}\pi + i\operatorname{sen} \frac{63}{32}\pi\right)$

c. $z_0 = \sqrt[4]{2}\,.\left(\cos \frac{1}{3}\pi + i\operatorname{sen} \frac{1}{3}\pi\right)$

$z_1 = \sqrt[4]{2}\,.\left(\cos \frac{5}{6}\pi + i\operatorname{sen} \frac{5}{6}\pi\right)$

$z_2 = \sqrt[4]{2}\,.\left(\cos \frac{4}{3}\pi + i\operatorname{sen} \frac{4}{3}\pi\right)$

$z_3 = \sqrt[4]{2}\,.\left(\cos \frac{11}{6}\pi + i\operatorname{sen} \frac{11}{6}\pi\right)$

23. **a.** $z_0 = 12\,.\left(\cos \frac{1}{3}\pi + i\operatorname{sen} \frac{1}{3}\pi\right)$

$z_1 = 12\,.\cos\ \pi + i\operatorname{sen}\ \pi$

$z_3 = 12\,.\left(\cos \frac{5}{3}\pi + i\operatorname{sen} \frac{5}{3}\pi\right)$

b. $z_0 = 1{,}6873 - 2{,}6381\,i$

$z_1 = 0{,}66484 - 0{,}6967\,i$

$z_2 = 0{,}568874 - 0{,}4952336\,i$

$z_3 = 0{,}56143 - 0{,}2532277\,i$

$z_4 = 0{,}535466 - 0{,}0788\,i$

$z_5 = 0{,}535466 + 0{,}0788\,i$

$z_6 = 0{,}54 + 0{,}25155\,i$

$z_7 = 0{,}568874 + 0{,}4952336\,i$

$z_8 = 0{,}66484 + 0{,}6967\,i$

$z_9 = 1{,}6873 + 2{,}6381\,i$

c. $z \in \mathbb{R}$ o $z = bi$, con $b \in \mathbb{R}$

d. $z = 0$ o $z = 1$ o $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\,i}{2}$ o $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}\,i}{2}$

Página 66

Sección: Actividades finales

1. **a.** $x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ o $x = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$

b. $x = 1 + \sqrt{3}\,i$ o $x = 1 - \sqrt{3}\,i$

2. **a.** $-2 - 4\sqrt{2} + (4 + 6\sqrt{2})i$

b. $\frac{6}{5} + \frac{2}{5}i$

c. $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

3. **a.** $2 - 2i$

b. $-1 - i$

4. **a.** $-\frac{1}{4} + \frac{13}{10}i$

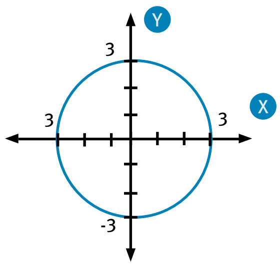
b. $-\frac{4}{13} + \frac{7}{13}i$

c. $-1 - \frac{1}{2}i$

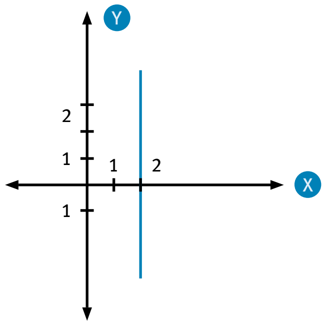
5. **a.** $x = 7;\ y = -1$

b. $x = -\frac{14}{9};\ y = \frac{17}{8}$

6. **a.** $|z| = 3$



b. $z = 2 + bi$, con $b \in \mathbb{R}$.



c. No tiene solución.

7. $x = a + 5i$, con $a \in \mathbb{R}$.

8. $x = \frac{1}{3}$; $y = -1$

9. **a.** $\frac{7\sqrt{5}}{3125}$

b. $\frac{7500\sqrt{2}}{169}$

10. $z_0 = 4 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{8} + i\operatorname{sen} \frac{\pi}{8}\right)$

$z_1 = 4 \cdot \left(\cos \frac{9}{24}\pi + i\operatorname{sen} \frac{9}{24}\pi\right)$

$z_2 = 4 \cdot \left(\cos \frac{17}{24}\pi + i\operatorname{sen} \frac{17}{24}\pi\right)$

$z_3 = 4 \cdot \left(\cos \frac{25}{24}\pi + i\operatorname{sen} \frac{25}{24}\pi\right)$

$z_4 = 4 \cdot \left(\cos \frac{33}{24}\pi + i\operatorname{sen} \frac{33}{24}\pi\right)$

$z_5 = 4 \cdot \left(\cos \frac{41}{24}\pi + i\operatorname{sen} \frac{41}{24}\pi\right)$

Cap. 4: Sucesiones y series

Sección: Analizar – Discutir – Resolver

Título: Progresiones aritméticas y geométricas

Página 68

1. **a.** 16; 32; 64

b. $\frac{1}{64}$; $\frac{1}{256}$; $\frac{1}{1024}$

c. 4; −4; 4

2. **a.** $a_n = 2^n$

b. $a_n = \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

c. $a_n = (-1)^n \cdot 4$

3. Son progresiones aritméticas la **a.** y la **c.** Si cada término de la sucesión restado al anterior es constante, es una progresión aritmética.

4. Por ejemplo: $a_n = 3 - 0{,}25 \cdot n$.

5. **a.** $a_{22} = 91$

b. $a_{22} = -5$

6. −25,2; −22,2; −19,2; −16,2; −13,2

7. Por ejemplo: $a_n = 5 \cdot (-0{,}25)^n$

8. Son progresiones geométricas la **a.**, la **b.** y la **d.** Si cada término de la sucesión dividido por el anterior es constante, es una progresión geométrica.

Página 69

9. **a.** $r = -1$

b. $r = \frac{1}{2}$

d. $r = -2$

10. $ 2.400

11. 4,623 % mensual.

12. $1.609,34

13. $9.008,77

14. 18 meses.

Página 70

15. $ 1.299,94

16. 3105

17. 1341

18. $2.255.991.009 \cdot 10^{10}$

19. $-4.304.672$

20. 871.696.100

Página 71

21. $a_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$

22. \$ 15.520; \$ 13.840; \$ 12.160; \$ 10.480; \$ 8.800; \$ 7.120

23. \$ 548,336217

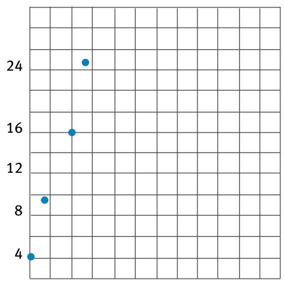
Página 72

24. \$ 1.939,633045

25. \$ 34,04

26. **a.** $a_n = (n + 2)^2$

b.

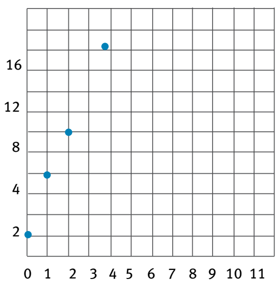


Página 73

27. **a.** 82 perlas.

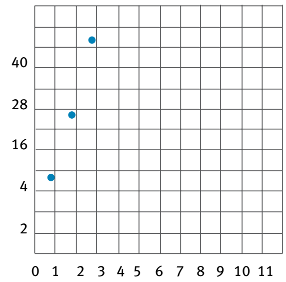
b. $a_n = 4n + 2$

c.

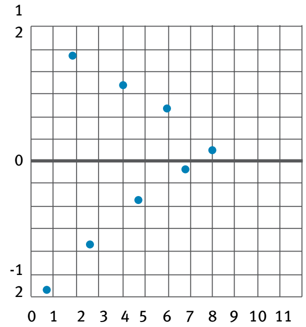


28. No, son divergentes.

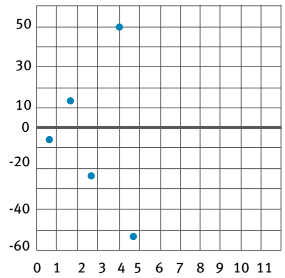
29. **a.** Diverge



b. Converge



c. Diverge



30. Si $|r| < 1$

31. Si $|r| > 1$

32. Si $r = -1$

33. Converge si $r = 0$; diverge si $r \neq 0$; no puede ser oscilante.

34. \$ 7.719,87

35. \$ 7.173,2

Página 88

Sección: Actividades finales

1. **a.** 1,2; 0; −1,2; −2,4
b. $3 \cdot \sqrt{3}$; −9; $9 \cdot \sqrt{3}$; −27
c. $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$

2. **a.** $a_n = 4{,}8 - n \cdot 1{,}2$
b. $a_n = -1 \cdot (-\sqrt{3})^n$
c. $a_n = (-1)^n \cdot \sqrt{2}$

3. a_n = −2; 4; −8; 16; −32; ...
b_n = −1; −3; −33; −163; −513; ...
c_n no se puede construir pues no existe a_1
d_n = 0; 4; 10; 18; 28; ...

4. **a.** Es una progresión aritmética.
$r = -0{,}1$; $a_n = 3{,}25 - 0{,}1n$
b. Es una progresión geométrica.
$r = 0{,}5$; $a_n = 4 \cdot (0{,}5)^n$
c. Es una progresión aritmética.
$r = 0{,}25$; $a_n = 0{,}25 + 0{,}25n$

5. **a.** $a_{34} = -0{,}15$
b. $a_{34} = 2{,}32830644 \cdot 10^{-10}$
c. $a_{34} = 8{,}75$

6. 0,7; 2,2; 3,7; 5,2; 6,7

7. Por ejemplo: $a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

Página 89

8. $a_n = 6{,}5 + 1{,}25 \cdot n$

9. $a_n = \frac{64}{9} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$

10. 0,96; 1,52; 2,08; 2,64

11. −6; −9; −13,5; −20,25

12. 345

13. 810

14. 690

15. $1372607547 \cdot 10^5$

16. $a_n = (-1)^n \cdot 3$

17. No tiene solución.

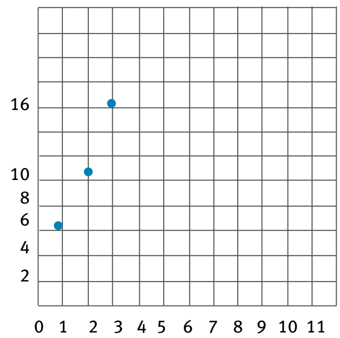
Página 90

18. 20200

19. a_9 = $ 59,75462843; devuelve $ 547,48605

20. $a_n = 3$; converge a 3.

21. **a.** $a_n = 5n + 1$
b.



c. Diverge.

Cap. 5: Concepto de límite

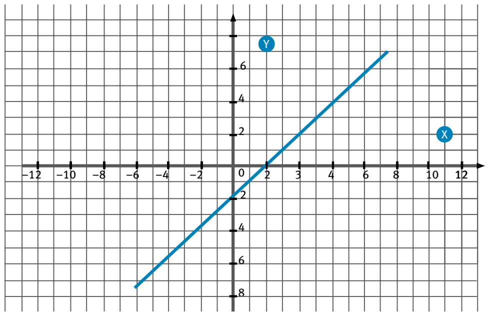
Sección: Analizar – Discutir – Resolver
Título: Límites
Página 92

1. **a.** Dom f = ℝ – {3}
b.

x	3,01	3,0001	2,99	2,99999
f(x)	1,01	1,0001	0,99	0,99999

c. f(x) = x −2, si x ≠ 3.

d.



2. Para $x \neq 1$ y $x \neq -3$.

Página 93

3. **a.** 0

b. No existe, porque cuando **x** toma valores cada vez más cercanos a -2 y menores a él, f(x) toma valores cada vez más próximos a 4. En cambio, cuando **x** toma valores cada vez más cercanos a -2, y mayores a él, f(x) toma valores cada vez más próximos a 2. Es decir que los límites laterales de f(x), cuando x tiende a -2, no coinciden.

c. $-\frac{1}{2}$

4. **a.** 5, pues a medida que **x** toma valores cada vez más próximos a 0, pero mayores a él, f(x) toma valores cada vez más cercanos a 5.

b. 2, porque cuando **x** toma valores cada vez más próximos a 0, pero menores a él, f(x) toma valores cada vez más cercanos a 2.

c. No existe, ya que los límites de f(x), cuando **x** tiende a 0 por izquierda y por derecha, no coinciden.

d. 2, pues el punto (0 ; 2) pertenece a la función f(x).

e. 3, porque a medida que **x** tiende a 1 por derecha, f(x) tiende a 3.

f. 3, ya que a medida que **x** tiende a 1 por izquierda, f(x) tiende a 3.

g. 3, pues los límites laterales de f(x), cuando **x** tiende a 1, son iguales.

h. 3, porque la función f(x) pasa por el punto (1; 3).

i. 1, ya que cuando **x** tiende a 4 por derecha, f(x) tiende a 1.

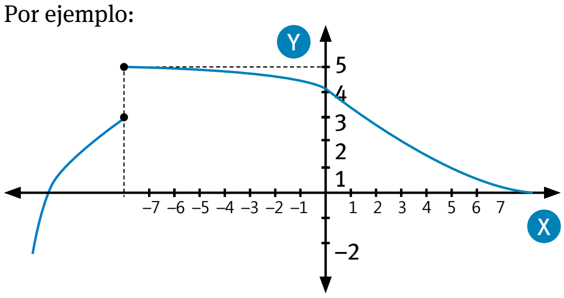
j. 1, pues cuando **x** tiende a 4 por izquierda, f(x) tiende a 1.

k. 1, porque los límites laterales de f(x) a medida que **x** tiende a 4 coinciden.

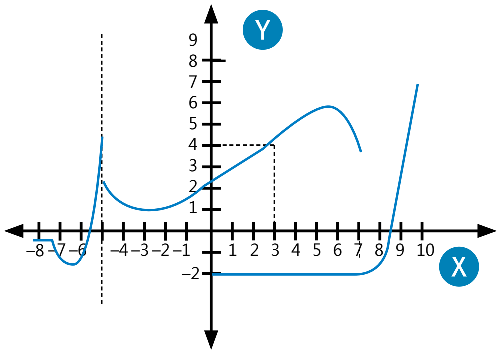
l. No existe, ya que $4 \notin$ Dom f.

Página 94

5. Por ejemplo:

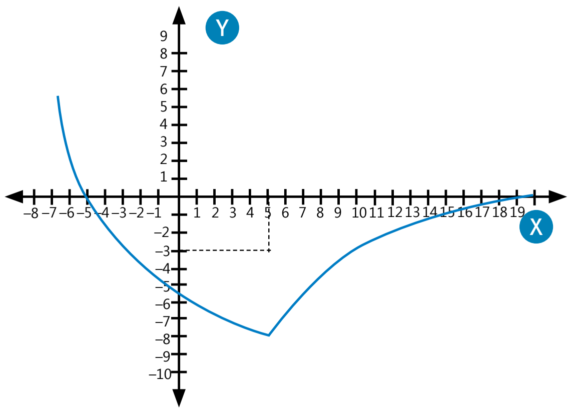


6. Por ejemplo:

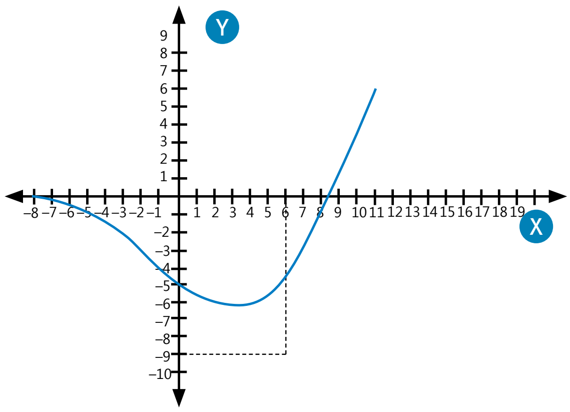


Página 95

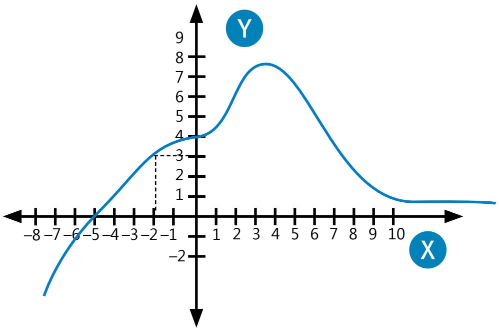
7. **a.** Falsa, pues, por ejemplo:



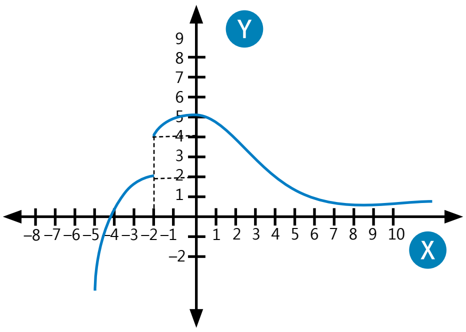
b. Falsa, porque, por ejemplo:



c. Falsa, ya que, por ejemplo:



d. Falsa, pues, por ejemplo:



8. **a.** $+\infty$, pues a medida que **x** toma valores cada vez más cercanos a 3 pero menores a él, f(x) toma valores cada vez más grandes.

b. $-\infty$, porque a medida que **x** toma valores cada vez más próximos a 3, pero mayores a él, f(x) toma valores negativos cada vez más grandes en módulo.

c. 0, ya que cuando **x** tiende a 5 por izquierda, f(x) tiende a 0.

d. 0, pues cuando **x** tiende a 5 por derecha, f(x) tiende a 0.

e. $\frac{1}{2}$ **f.** $\frac{1}{2}$ } pues a medida que **x** toma valores cada más grandes en módulo, f(x) toma valores cada vez más cercanos a $\frac{1}{2}$.

Página 96

9. **a.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$.

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -2$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

d. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -3$.

Página 97

10. **a.** Diverge, porque $\lim\limits_{x \to +\infty} 5^n = +\infty$

b. Diverge, ya que $\lim\limits_{x \to +\infty} (n^2 - 2) = +\infty$.

c. Oscila, pues no existe $\lim\limits_{x \to +\infty} 0{,}5 \cdot (-1)^n$.

d. Converge, porque $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{n} = 0$

11. **a.** Decir que $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = Q$, significa que a medida que **x** toma valores cada vez más próximos a x_0, g(x) toma valores cada vez más cercanos a Q. Luego, cuando x toma valores cada vez más próximos a x_0, $-g(x)$ toma valores cada vez más cercanos a $-$ Q.

Entonces: $\lim\limits_{x \to x_0} (-g(x)) = -Q = -\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$. Por lo tanto:

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) - g(x) = \lim\limits_{x \to x_0} [f(x) + (-g(x))] = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) +$

$\lim\limits_{x \to x_0} (-g(x)) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) + (-\lim\limits_{x \to x_0} g(x)) =$

$= \lim\limits_{x \to x_0} f(x) - \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$

b. Si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = R$, entonces, cuando **x** toma valores cada vez más próximos a x_0, f(x) se acerca cada vez más a R. Si $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = Q$, entonces, cuando **x** toma valores cada vez más próximos a x_0, g(x) se acerca cada vez más a Q.

Luego, cuando **x** toma valores cada vez más cercanos a x_0, resulta que f(x . g(x) toma valores cada vez más próximos a R . Q. Por lo tanto:

$\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = R \cdot Q = [\lim\limits_{x \to x_0} f(x)] \cdot [\lim\limits_{x \to x_0} g(x)]$

c. Utilizando un razonamiento similar al empleado en el ítem **b.**, si $Q \neq 0$, entonces:

$\frac{f(x)}{g(x)}$ toma valores cada vez más próximos a $\frac{R}{Q}$, cuando **x** tiende a x_0. Por lo tanto: $\lim\limits_{x \to x_0} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{R}{Q} = \frac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)}$

12. **a.** $\frac{a^4\, b}{c}$

b. $\frac{a}{\sqrt[3]{c}}$

c. $a + b - 2$

13. Si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ entonces, cuando **x** tiende a x_0, f(x) toma valores cada vez más grandes (mayores que 1). Luego, si $n \in \mathbb{R}^+$, $[f(x)]^n$ tomará también valores cada vez más grandes cuando **x** tienda a x_0. O sea: $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^n = +\infty$.

Si $n \in \mathbb{R}^-$, es decir, $n < 0$, entonces:

$[f(x)]^n = \dfrac{1}{[f(x)]^{-n}}$ y $-n > 0$; por lo tanto, $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^{-n} = +\infty$ y, en consecuencia, $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^n = 0$.

Página 98

14. **a.** ∞

b. ∞

15. Utilizando la propiedad del límite de una división y lo demostrado en el “Algo más...” de la página 110, resulta:

$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to x_0}P(x)}{\lim\limits_{x\to x_0}Q(x)} = \dfrac{P(x_0)}{Q(x_0)}$ siempre que $\lim\limits_{x\to x_0}Q(x) = Q(x_0) \neq 0$.

16. **a.** Existe y es igual a 0.

b. No existe.

c. No existe.

d. Existe y es igual a ∞.

Página 111

Sección: Actividades finales

1. **a.** 1, 1, −2, no existe.

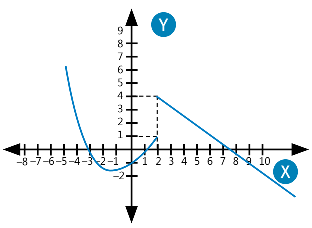
b. 5, 5, 5, 5

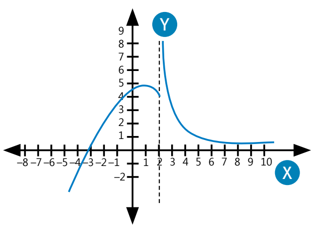
c. No existe, $+\infty$, $-\infty$, ∞.

d. No existe, 0, 0, 0.

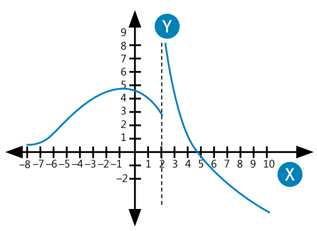
e. −2, 5, −2, no existe.

2. Por ejemplo:





3. Por ejemplo:



Página 112

4. **a.** $\dfrac{n}{p}$

b. $\dfrac{m}{\sqrt[3]{n}}$

c. $5m + 4n - 2p$

5. **a.** Falsa, porque, por ejemplo: si $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$ y $g(x) = \dfrac{2}{x^2-9}$ $\Rightarrow \lim\limits_{x\to 3}[f(x)+g(x)] = 8$ pero, $\lim\limits_{x\to 3}f(x) = \lim\limits_{x\to 3}g(x) = \infty$

b. Verdadera, pues $\lim\limits_{x\to x_0}g(x) = \lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)-f(x)] = \lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)] - \lim\limits_{x\to x_0}f(x)$, cuyo resultado es un número real.

c. Falsa, ya que, por ejemplo, si $f(x) = x$, y $g(x) = \operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right)$, entonces, $\lim\limits_{x\to 0}[f(x)\,.\,g(x)] = 0$, $\lim\limits_{x\to x_0}f(x) = 0$, pero $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$ no existe.

d. Verdadera, porque $\lim\limits_{x\to x_0}g(x) = \lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)\,.\,g(x)}{f(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\,.\,g(x)]}{\lim\limits_{x\to x_0}f(x)}$ cuyo resultado es un número real.

6. **a.** Converge, pues $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2^n} = 0$.

b. Diverge, porque $\lim\limits_{x\to+\infty}3n^2 + 1 = \infty$.

c. Converge, ya que $c_n = 1$ para cualquier valor natural de n.

d. Converge, pues $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{n^2} = 0$.

Cap. 6: Cálculo de límites

Sección: Analizar – Discutir – Resolver

Título: Cálculo de límites

Página 114

1. **a.** −8 **b.** ∞ **c.** ∞ **d.** $\dfrac{177}{199}$

2. **a.** 0 **b.** 0 **c.** 0 **d.** ∞ **e.** 0 **f.** ∞

Página 115

3. **a.** 0 **b.** 0 **c.** 0

4. **a.** $+\infty$ **b.** 2 **c.** $+\infty$ **d.** −3 **e.** $+\infty$ **f.** 0 **g.** 1

5. **a.** 0 **b.** $+\infty$ **c.** $+\infty$ **d.** $+\infty$ **e.** 0 **f.** 0

Página 116

6. **a.** $-\infty$

b. No existe, porque el dominio de la función es $(3; +\infty)$.

c. $+\infty$

d. $+\infty$

e. $+\infty$

f. $-\infty$

g. $-\infty$

h. No existe, pues el dominio de la función es $(3; +\infty)$.

7. a. Por la conclusión 7 de la 126 del libro, el límite está, en principio, indeterminado.

b. 0

c. Por la conclusión 7 de la 126 del libro, el límite está, en principio, indeterminado.

d. $\frac{2-\sqrt{2}}{20}$

8. a. $\frac{28}{13}$ b. $\frac{22}{39}$ c. $3x^2$

9. Sí, siempre es posible, pues si el numerador y el denominador tienden a cero cuando **x** tiende a x_0, entonces, x_0 es raíz del numerador y del denominador; por lo tanto, ambos tienen como factor a $x - x_0$ en su forma factoreada.

Página 117

10. a. $\frac{1}{48}$ b. 0 c. -24 d. 0 e. $+\infty$

11. a. $\frac{8}{3}$ b. 0 c. $\frac{-6}{11}$ d. $\frac{24}{7}$

12. a. 0 b. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ c. $\sqrt{7}$

13. No es cierto, pues si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$ entonces, ambos límites son iguales a cero.

Página 118

14. a. e^2 b. $+\infty$ c. $e^{-2/7}$ d. 1

15. Si $k \in \mathbb{R} - \{0\}$, entonces, $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x = \lim\limits_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{kt} =$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^k = e^k$$

16 a. 1 b. $\frac{5}{4}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{5}$

Página 131

Sección: Actividades finales

1. a. **i.** 107

ii. No es posible calcular el límite, porque su resultado depende de si $h(x)\to -\infty$ o $h(x)\to\infty$.

En el primer caso, el límite es 0 y, en el segundo, es $+\infty$.

b. **i.** Falsa, pues utilizando los datos del enunciado no puede determinar si el resultado del límite es $+\infty$ o $-\infty$.

ii. Falsa, porque con los datos brindados en el enunciado solo es posible afirmar que el límite es indeterminado.

iii. Verdadera, ya que:

$$\lim_{x\to 2}\left|\frac{1}{f(x)-5} - \frac{1}{[f(x)]^2-25}\right| = \lim_{x\to 2}\left|\frac{f(x)+5-1}{[f(x)]^2-25}\right| = +\infty$$

2. a. $+\infty$

b. El límite es indeterminado debido a la conclusión XI de la página 130 del libro.

c. $-\infty$

d. El límite es indeterminado debido a la conclusión X de la 128 del libro.

e. El límite es indeterminado debido a la conclusión X de la página 128 del libro.

f. 0

g. 1

h. 0

i. $+\infty$

j. 0

k. ∞

l. El límite es indeterminado en virtud de la conclusión VII de la 124 del libro.

Página 132

3. a. $a = \frac{-1}{5}$

b. $a = \frac{5}{2}$

c. $a = 1$

4. a. Verdadera, porque cuando **x** toma valores cada vez más próximos a 1, la función $5x-3$ toma valores cada vez más cercanos a 2.

b. Falsa, ya que $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+3} = +\infty$

c. Verdadera, ya que una vez salvada la indeterminación, el límite es igual a $\frac{1}{8}$.

5. **a.** Cuando **x** tiende a cero, la función $\frac{1}{x}$ tiende a infinito.

Luego, realizando un análisis similar al utilizado en el ítem **a.** del problema **6** de la página 111 del libro, obtenemos que $\lim\limits_{x\to 0} \cos\frac{1}{x}$ no existe.

b. ∞

c. No existe, pues no existe $\lim\limits_{x\to 0} \operatorname{sen}\frac{1}{x}$.

6. **a.** $\frac{5}{9}$ **b.** $\sqrt{8}$ **c.** 0 **d.** $+\infty$ **e.** ∞ **f.** $\frac{-2}{13}$

Cap. 7: Derivadas

Sección: Analizar – Discutir – Resolver

Título: Derivadas

Página 134

1. **a.** Daniel recorrió el trayecto en tres etapas y en cada una de ellas viajó a velocidad constante.

b. La velocidad a la que viajó Daniel no es constante, pues para distintos intervalos de tiempo recorrió diferentes distancias.

2. **a.** $Vm_{0;3} = \frac{80}{3}$ km/h

b. $Vm_{0;3} = \frac{80}{3}$ km/h

Página 135

3. La velocidad media durante todo el viaje fue, aproximadamente, 87,89 km/h. La velocidad media durante los primeros dos tramos fue, aproximadamente, 71,43 km/h.

4. **a.** $Vm_{1;2} = 20$ km/h

b. $Vm_{1;1,5} = 19$ km/h

c. $Vm_{1;1,3} = 18{,}6$ km/h

d. $Vm_{1;1,2} = 18{,}4$ km/h

e. $Vm_{1;1,15} = 18{,}3$ km/h

f. $Vm_{1;b} = \frac{2b^2 + 14b - 16}{b - 1}$

5. $Vi(5) = 50$ m/seg

Página 136

6. **a.** $Vm_{1;3} = 16$ km/h

b. $Vi(1) = 18$ km/h

c. $Vi(3) = 14$ km/h

d. $Vi(1{,}5) = 17$ km/h

7. **a.** $f'(2) = 3$

b. $g'(1) = 6$

c. $h'(x) = \frac{1}{4}$

8. $y = 40x - 97$

9. **a.** No existe **a**, porque para cualquier valor de **a**, el límite del cociente incremental, cuando **h** tiende a **a**, es un número real.

b. $a = -4$, pues $h'(a) = \frac{-1}{(a+1)^2} = \frac{-1}{9}$

Página 137

10. **a.** f(x) es derivable en 1, pues $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(1+h) - f(1)}{h} =$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)^3 + 2 - (1^3 + 2)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{1} + 3h + 3h^3 + h^3 - \cancel{1}}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(3 + 3h + h^2)}{\cancel{h}} = 3$$

b. g(x) no es derivable en −1, porque $-1 \notin$ Dom g.

11. **a.** f(x) es derivable en −2, pues $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$

b. f(x) es derivable en 5, pues $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(5+h) - f(5)}{h}$

c. f(x) es derivable en −3, pues $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(-3+h) - f(-3)}{h}$

12. En **a** no existe la derivada de f(x), porque $a \notin$ Dom f. En **b** la función no es derivable, debido a que no es continua en ese valor. En **c** no existe la derivada de f(x), pues c es la abscisa de un punto anguloso. En **d** y en **e**, la función es derivable.

13. **a.** Verdadera, por la segunda conclusión de la página 20 del libro.

b. Falsa, pues $\lim\limits_{h\to 0}\frac{|-2 + h + 2| - |0|}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{|h|}{h}$ y este límite no existe.

c. Verdadera, porque h(x) no es derivable en −3 y $-3 \notin$ Dom h.

Página 138

14. **a.** $f'(x) = \frac{-1}{x^2} - \cos x$

b. $g'(x) = \frac{1}{x} - 3x^2$

c. $h'(x) = \cos x \, \frac{-1}{2\sqrt{x}}$

15. **a.** $a'(x) = 9 \,.\, (3x+2)^2$

b. $b'(x) = 2 \,.\, (2x - 3)^{-1}$

c. $c'(x) = -3 \,.\, (\cos^2 x) \,.\, \text{sen } x$

d. $d'(x) = -3 \,.\, x^2 \,.\, \text{sen } x^3$

e. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$

f. $f'(x) = -2 \,.\, (2x+3)^{-2}$

g. $f'(x) = -6 \,.\, (2x+3)^{-4}$

16. **a.** $h'(x) = \cos x \,.\, \ln x + \text{sen } x \,.\, x^{-1}$

b. $i'(x) = (3x^2 + 5) \,.\, \text{sen } x + (x^3 + 5x) \,.\, \cos x$

c. $j'(x) = \frac{x \,.\, \cos x - \text{sen } x}{x^2}$

d. $k'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

e. $l'(x) = [\cos x \,.\, (x^3 + 5x) - \text{sen } x \,.\, (3x^2 + 5)] \,.\, (x^3 + 5x)^{-2}$

f. $m'(x) = [x^{-1} \text{sen } 2x - 2 \,.\, \ln x \,.\, \cos 2x] \text{ sen}^{-2}\, 2x$

17. **a.** $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{\cancel{x} + h - \cancel{x}}{h} = 1$

b. $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} =$

$$= \lim\limits_{h \to 0} \frac{-2 \,\text{sen}\left(\frac{x+h+x}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\cancel{x}+h-\cancel{x}}{2}\right)}{h} =$$

$$= \lim\limits_{h \to 0} \frac{-2 \,\text{sen}\left(x + \frac{h}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{h}{2}\right)}{h} =$$

$$= \lim\limits_{h \to 0} -\text{sen}\left(x + \frac{h}{2}\right) . \lim\limits_{h \to 0} \frac{\text{sen}\left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{h}{2}} = -\text{sen } x$$

18. Si $f(x) = a^x = e^{(\ln a).x}$, entonces, $f'(x) = e^{(\ln a).\,x} \,.\, \ln a = [e^{(\ln a)}]^x \,.\, \ln a = a^x \,.\, \ln a$.

Página 139

19. **a.** $a'(x) = \frac{x \,.\, e^x - 5 \,.\, e^x}{x^6}$

b. $b'(x) = \frac{2x + 3}{(x^2 + 3x) \,.\, \ln 5}$

c. $c'(x) = \frac{-3x - 10}{4(x+2)^3}$

d. $d'(x) = \frac{-\text{sen } x}{3 \,.\, \sqrt[3]{\cos^2 x}}$

20. **a.** $f'(x) = 5x^4 + 12x^3$, $f''(x) = 20x^3 + 36x^2$, $f'''(x) = 60x^2 + 72x$ y Dom f = Dom f' = Dom f'' = Dom f''' = $\mathbb{R}$.

b. $g'(x) = g''(x) = g'''(x) = e^x$ y Dom g = Dom g' = Dom g'' = Dom g''' = $\mathbb{R}$.

21. $\text{sen } 46° \approx 0{,}719448122$

22. $\sqrt[3]{64{,}95} \approx 4{,}019791667$

23. Como la función g(x) es la función compuesta de h(x) = x 22 – 4, que es derivable en 2, y f(x), que es derivable en h(2) = 0, entonces, g(x) es derivable en 2 . g' (2) = 12

Página 157

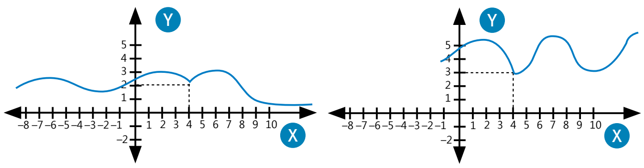
Sección: Actividades finales

1. **a.** 26 m/seg

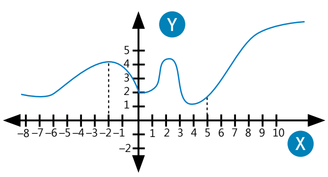
b. Sí, aproximadamente, a los 5,6 segundos.

c. A $\frac{1}{3}$ de segundo y a los 5 segundos.

2.



3.



4. **a.** (1; 2) y (−1; 4)

b. $\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}; 3 - \frac{20}{27}\sqrt{2}\right)$ y $\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}; 3 + \frac{20}{27}\sqrt{2}\right)$

c. $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}; 3 - \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ y $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}; 3 + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$

5. En el punto $\frac{-5}{3}; \frac{-275}{27}$ y en el punto (−3; −9), pues $\frac{-5}{3}$ y −3 son los valores de **x** que 3 anulan $f'(x) = 3x^2 + 14x + 15$.

6. $f(1) = 5$ y $f'(1) = 2$

7. $y = -x + 1$ e $y = \frac{-1}{25}x\ \frac{-7}{5}$

Página 158

8. **a.** $a'(x) = -2x \cdot (x^2 - 4)^{-2}$
b. $b'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 5$
c. $c'(x) = 3x \cdot (\ln 3 \cdot \text{sen } x + \cos x)$
d. $f'(x) = \frac{3e^x - 2 \cdot e^x \cdot (3x+5)}{(e^x)^2}$
e. $e'(x) = \text{sen }(3x^2 + 5x) \cdot (6x + 5)$
f. $h'(x) = \frac{2}{\text{sen } x}$

9. **a.** $a''(x) = 6 \cdot (x + 3)$
b. $b''(x) = x^3 \cdot \left(\frac{15}{4}x^5 - 20\right) \cdot (x^5 - 5)^{-3/2}$
c. $c''(x) = -\text{sen}(4x^4 + 6x^3) \cdot (16x^3 + 18x^2)^2 + \cos(4x^4 + 6x^3) \cdot (48x^2 + 36x)$
d. $d''(x) = 2.(x + 1)^3$

10. **a.** $a'(x) = \frac{-2\,\text{sen}(2x+3)}{\cos(2x+3)}$
b. $b'(x) = -2 \cdot e^{\cos(2x+3)} \cdot \text{sen}(2x + 3)$
c. $c'(x) = -2 \cdot \cos[\cos(2x + 3)] \cdot \text{sen}(2x + 3)$

11. $\cos 31° \approx 0{,}857298756$

Cap. 8: Estudio de funciones sencillas

Sección: Analizar – Discutir – Resolver
Título: Aplicaciones de la función derivada
Página 160

1. **a.** Dom f = $\mathbb{R} - \{2\}$

b. La función f(x) no es continua en 1 y en 2. En 1 tiene una discontinuidad esencial de primera especie con salto finito y en 2 posee una discontinuidad esencial de primera especie con salto infinito.

c. La función no es derivable en 1, en 2 y en 3.

d. Para x = −1.

e. La función f(x) no posee máximo relativo, y en x = −1 y en x = 3 tiene mínimos relativos.

f. La función es creciente en (−1; 2) U (3, +∞) y decreciente en (−∞; −1) U (2; 3).

Página 161

2. **a.** $f'(x) > 0$ en (−∞; 1) U (2; 3).

b. $f'(x) < 0$ en (1; 2) U (5; +∞).

c. Las abscisas de los puntos estacionarios pertenecen a {2} U (3; 5].

d. En x = 1 y en x = 2 la función posee extremos relativos.

3. **a.** Falsa, pues f(x) es creciente en (2; +∞).

b. Verdadera, porque f(x) es decreciente en (−∞; 2) y creciente en (2; +∞).

4. **a.** f(x) crece en (−∞; 1) U (3; +∞), pues allí $f'(x) > 0$. f(x) decrece en (1; 3), porque allí $f'(x) < 0$.

b. En x = 1, la función alcanza un máximo relativo, debido a que en un entorno de 1 es $f'(x) > 0$ para valores de **x** menores que 1 y $f'(x) < 0$ para valores de **x** mayores que 1. En x = 3, la función alcanza un mínimo relativo, pues en un entorno de 3 $f'(x) < 0$ si $x < 3$ y $f'(x) > 0$ si $x > 3$.

Página 162

5. Sí, es posible, pues $f'(x) < 0$ para cualquier valor de **x** en $\mathbb{R}$.

6. **a.** Dom f = $\mathbb{R}$. $C^+ = (2; +\infty)$ y $C^- = (-\infty; 0) \cup (0; 2)$.

La función crece en $(-\infty; 0) \cup \left(2\sqrt[3]{\frac{2}{5}}; +\infty\right)$ y decrece en $\left(0; 2\sqrt[3]{\frac{2}{5}}\right)$, tiene un máximo relativo en x = 2 y un mínimo relativo en $x = 2\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$

b. Dom g = $\mathbb{R}$. $C^+ = \mathbb{R} - \{-1; 2\}$ y $C^- = \emptyset$. La función g(x) es creciente en $\left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ y decreciente en $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$, alcanza un máximo relativo en $x = \frac{1}{2}$ y mínimos relativos en x = −1 y en x = 2.

7. Sí, es posible, pues f'(x) < 0 en (2; 3) y f(x) decrece (2; 3), f'(x) > 0 en $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ y f(x) crece en $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. Como a la izquierda de 2 f(x) crece y a la derecha decrece en x = 2, debe haber un máximo relativo; además, f'(3) no existe y (3; f(3)) es un punto anguloso.

8. La función g(x) es decreciente en $(-\infty; 6)$ y es creciente en $(6, +\infty)$.

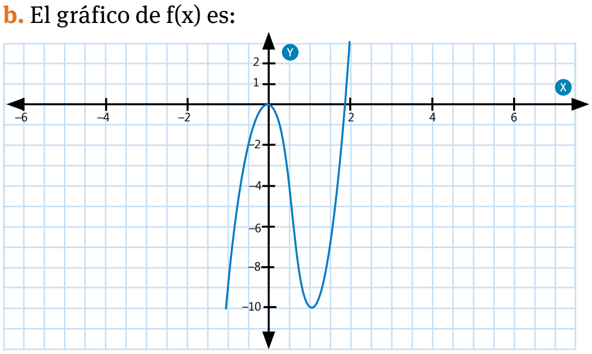
9. a = c = 12 y b es un número real cualquiera.

Página 163

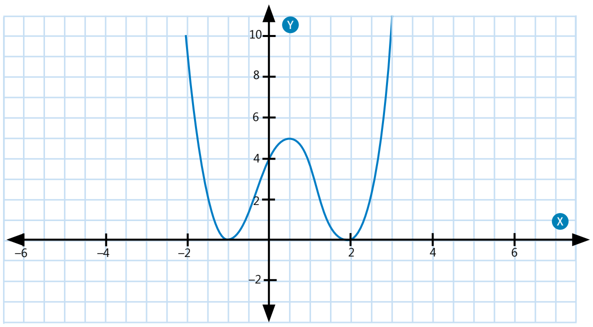
10. **a.** La función f(x) es cóncava hacia arriba en $\left(\sqrt[3]{\frac{4}{5}}; +\infty\right)$ y cóncava hacia abajo en $\left(-\infty; \sqrt[3]{\frac{4}{5}}\right)$

La función g(x) en cóncava hacia arriba en $\left(-\infty; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$ $\cup \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$ y cóncava hacia abajo en $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

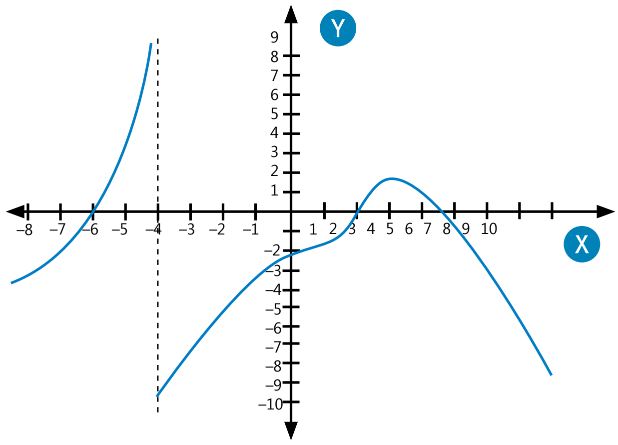
b. El gráfico de f(x) es:



El gráfico de g(x) es:



11.



12. La función h(x) es creciente en $(0; 1) \cup (2; 3)$ y decrece en $(1; 2) \cup (3; 4)$, en x = 1 y en x = 3 alcanza máximos relativos y en x = 0, x = 2 y x = 4 alcanza mínimos relativos.

Página 164

13. **a.** Dom g(x) = $\mathbb{R}$

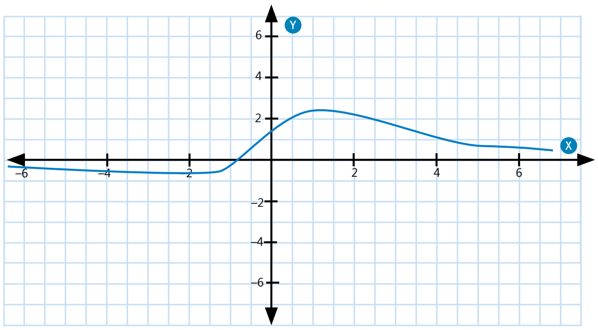
b. La recta y = 0 es asíntota horizontal. No existe asíntota vertical ni oblicua.

c. $C^0 = \left(\frac{-3}{4}\right)$, $C^+ = \left(\frac{-3}{4}; +\infty\right)$ y $C^- = \left(-\infty; \frac{-3}{4}\right)$

d. La función g(x) es creciente en $\left(\frac{-3-\sqrt{41}}{4}; \frac{-3+\sqrt{41}}{4}\right)$; y decreciente en $\left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{41}}{4}\right) \cup \left(\frac{-3+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$; tiene un máximo relativo en $x = \frac{-3-\sqrt{41}}{4}$ y un mínimo relativo en $x = \frac{-3+\sqrt{41}}{4}$

e. La función es cóncava hacia arriba en (−3,75; −0,23) $\cup$ (1,727; +∞) y cóncava hacia abajo en (−∞; −3,75) $\cup$ (−0,23; 1,727).

f.



14. a. En el intervalo (0; 2), pues en ese período de tiempo la aceleración del móvil es negativa.

b. Después de 2, es decir, en el intervalo $(2; +\infty)$, porque en ese período de tiempo la aceleración es positiva.

15. Como $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ es una función polinómica de grado 3, entonces, debe ser $a \neq 0$.
Luego, resulta: $f'(x) = 3ax^2 + bx + c$ y $f''(x) = 6ax + b$. La función $f''(x)$ cuya raíz es $\frac{-b}{6a}$ es una función lineal, es decir, su gráfico es una recta. Si $a > 0$, la función $f''(x)$ es creciente, con lo cual $f''(x)$ es negativa para valores de **x** menores que $\frac{-b}{6a}$ y positiva para valores de **x** mayores que $\frac{-b}{6a}$. Entonces, la función $f(x)$ es cóncava hacia abajo en $\left(-\infty; \frac{-b}{6a}\right)$ y cóncava hacia arriba en $\left(\frac{-b}{6a}; +\infty\right)$. Por lo tanto, si $a > 0$, el único punto de inflexión de $f(x)$ es $\left(\frac{-b}{6a}; f\left(\frac{-b}{6a}\right)\right)$**(1)**.

Si $a < 0$, realizando un razonamiento similar al empleado para $a > 0$, podemos afirmar que el punto $\left(\frac{-b}{6a}; f\left(\frac{-b}{6a}\right)\right)$ es el único punto de inflexión de $f(x)$ **(2)**.
Luego, de **(1)** y **(2)**, concluimos que $f(x)$ tiene exactamente un punto de inflexión.

Página 165

16. Los puntos de inflexión son (0; 0) y $\left(-\sqrt[3]{\frac{2}{3}}; e^{2/3}\right)$.

17. La función derivada segunda de $h(x)$ es $h''(x) = 240x^{14} + 90x^4 + 2$. Como $h''(x)$ es una suma de términos positivos, pues cada uno de ellos es el producto entre un número positivo y una potencia par de **x**, entonces, $h''(x)$ es positiva para cualquier valor de x. Es decir que $h''(x) > 0$ en $\mathbb{R}$, o sea, en Dom h, y en consecuencia $h(x)$ no tiene puntos de inflexión.

18. Existe un único punto y es (0; 8).

19. La base y la altura miden ambas 1 m, o sea que es un cuadrado de 1 m de lado.

20. El área máxima es $\frac{256\sqrt{3}}{9}$

21. Hay un solo punto y es $\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}\right)$

22. Para el rectángulo de área máxima, la base es $\frac{3}{2}$ y la altura es 1. No existe rectángulo de área mínima.

Página 166

23. a. $\frac{1}{10}$

b. $\frac{1}{\pi}$

24. a. 1
b. 0
c. 0
d. ∞

Página 167

25. a. Dom f = $\mathbb{R}$

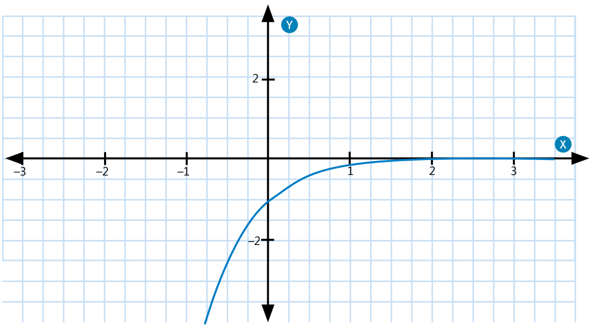
b. La recta y = 0 es asíntota horizontal cuando $x \to +\infty$. No existe asíntota vertical ni oblicua.

c. $C^0 = \{2\}$, $C^+ = (2; +\infty)$ y $C^- = (-\infty; 2)$.

d. La función f(x) crece en $(-\infty; 3)$ y decrece en $(3; +\infty)$, tiene un máximo relativo en x = 3 y no posee mínimos relativos.

e. La función es cóncava hacia abajo en $(-\infty; 4)$ y cóncava hacia arriba en $(4; +\infty)$. El punto de inflexión es (4; 0,04).

f.



26. **a.** Dom g = ℝ

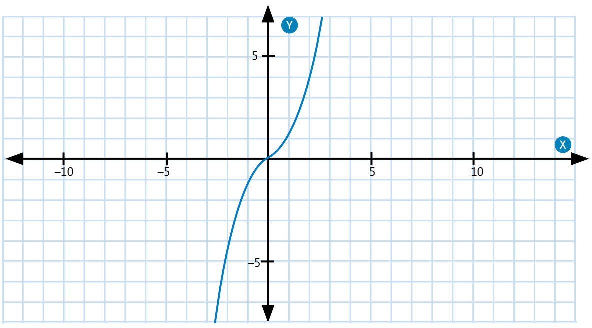
b. No hay asíntotas.

c. $C^o = \{0\}$, $C^+ = (0; +\infty)$ y $C^- = (-\infty; 0)$.

d. La función es creciente en ℝ; por lo tanto, no tiene extremos relativos.

e. La función g(x) es cóncava hacia abajo en $(-\infty; 0)$ y cóncava hacia arriba en $(0; +\infty)$. El punto $(0; 0)$ es punto de inflexión.

f.



27. **a.** Dom h = ℝ – {–1}

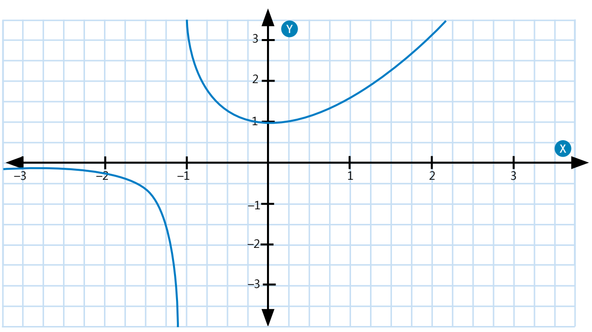
b. La recta $x = -1$ es asíntota vertical y la recta $y = 0$ es asíntota horizontal, cuando $x \to -\infty$.

c. $C^o = \emptyset$, $C^+ = (-1; +\infty)$ y $C^- = (-\infty; -1)$.

d. La función h(x) es creciente en $(0; +\infty)$ y decreciente en $(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$, no tiene máximos relativos y alcanza un mínimo relativo en $x = 0$.

e. La función es cóncava hacia abajo en $(-\infty; -1)$ y cóncava hacia arriba en $(-1; +\infty)$. No existen puntos de inflexión.

f.



Página 184

Sección: Actividades finales

1. **a.** ℝ – {2}

b. $x = 2$

c. $y = -1$

d. Cualquier valor de ℝ – {–4 ; 2}

e. $(-\infty; -4) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$

f. $x = -4$

g. $x = -2$

h. $(-\infty; -4) \cup (-3; 2)$

2. **a.** Falsa, pues como $g'(x) > 0$ en el intervalo $[-2; 3]$, entonces, la función g(x) es creciente en ese intervalo.

b. Falsa, porque para que la función g(x) sea cóncava hacia arriba en el intervalo $(0; 3)$, la función g'(x) debería ser creciente en dicho intervalo y esto no sucede.

c. Verdadera por la justificación utilizada para el ítem **a.**

d. Falsa, ya que en $x = 0$ la función g'(x) no cambia de decreciente a creciente, o viceversa; por lo tanto, la función g(x) no cambia de concavidad en $x = 0$.

Página 185

3. **a.** $(0; 1) \cup (2; 3) \cup (4; +\infty)$

b. $(-\infty; 0) \cup (1; 2)$

c. $(3; 4)$

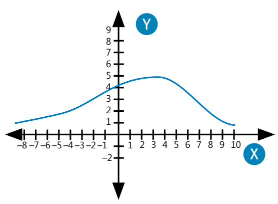
d. 0, 1 y 2.

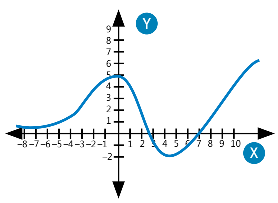
e. Un único valor de **x**, que es $x = 1$.

f. $(0; 1) \cup (4; 5)$

4. Los valores críticos de g(x) son $x = -3$ y $x = 0$. La función g(x) es creciente en $(-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$ y decreciente en $(-3; 0)$, tiene un máximo relativo en $x = -3$ y un mínimo relativo en $x = 0$. La función es cóncava hacia abajo en $(-\infty; -2)$ y cóncava hacia arriba en $(-2; +\infty)$. El punto de inflexión es $(-2; 2)$.

5. f'(x) g(x)





Página 186

6. $a > 1$

7. La función derivada de h(x) es $h'(x) = \frac{5}{3}x^{-2/3} + \frac{8}{x}$. Como la función h'(x) es positiva para cualquier valor positivo de **x**, entonces, la función h(x) es creciente para los valores positivos de **x**.

8. $a = \frac{-3}{2}$ $b = 6$

9. **a.** I. Dom $b = \mathbb{R} - \{-2 , 2\}$

II. Las asíntotas verticales son $x = -2$ y $x = 2$, y la asíntota horizontal es $y = 7$. No existe asíntota oblicua.

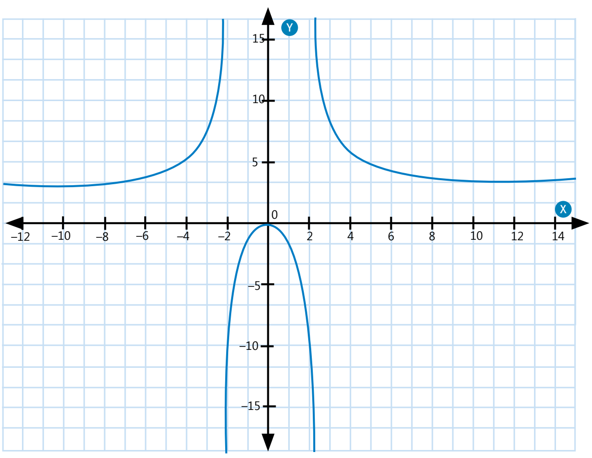
III. $C^o = \{0\}$, $C^+ = (-\infty; -2) \cup (2 ; +\infty)$ y $C^- = (-2 ; 0) \cup (0 ; 2)$.

IV. La función es derivable en cualquier valor de su dominio.

V. La función es creciente en $(-\infty; -2) \cup (-2; 0)$ y decreciente en $(0; 2) \cup (2 ; +\infty)$, tiene un máximo relativo en $x = 0$.

VI. La función es cóncava hacia arriba en $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ y cóncava hacia abajo en $(-2; 2)$. No existen puntos de inflexión.

VII.



b. I. Dom $c = \mathbb{R}$

II. No hay asíntotas.

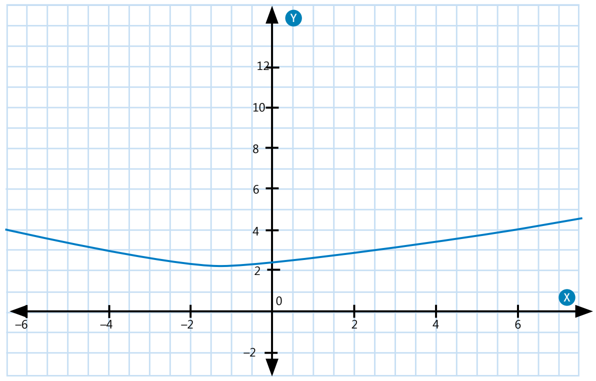
III. $C^o = \emptyset$, $C^+ = \mathbb{R}$ y $C^- = \emptyset$.

IV. La función c(x) es derivable en cualquier valor de su dominio.

V. La función crece en $(-1; +\infty)$ y decrece en $(-\infty; -1)$, no tiene máximos relativos y alcanza un mínimo relativo en $x = -1$.

VI. La función c(x) es cóncava hacia arriba en $(-4; 2)$ y es cóncava hacia abajo en $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$. Los puntos de inflexión son $(-4; \ln 18)$ y $(2; \ln 18)$.

VII.



c. I. Dom $d = \mathbb{R}$

II. La recta $y = 0$ es asíntota horizontal cuando $x \to +\infty$.No existe asíntota vertical ni oblicua.

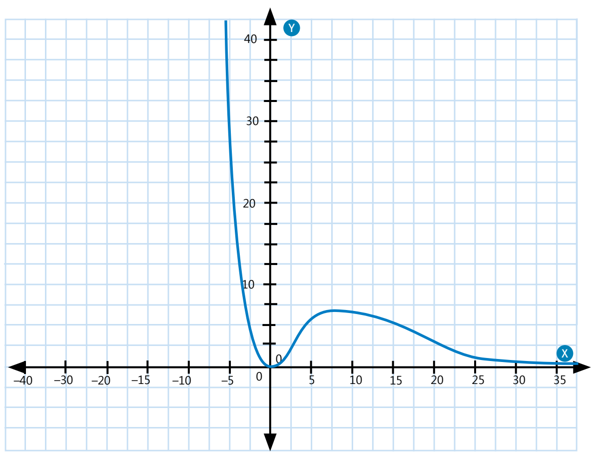
III. $C^o = \{0\}$, $C^+ = \mathbb{R} - \{0\}$ y $C^- = \emptyset$.

IV. La función es derivable en cualquier valor de su dominio.

V. La función d(x) es creciente en $(0; 8)$ y decreciente en $(-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$, tiene un máximo relativo en $x = 8$ y hay un mínimo relativo en $x = 0$.

VI. La función es cóncava hacia arriba en $(-\infty; 8 - 4\sqrt{2}) \cup (8 + 4\sqrt{2}; +\infty)$ y es cóncava hacia abajo en $(8 - 4\sqrt{2}; 8 + 4\sqrt{2})$. Los puntos de inflexión son $(8 - 4\sqrt{2}; 3{,}06)$ y $(8 + 4\sqrt{2}; 6{,}14)$.

VII.



10. **a.** $\frac{1}{9}$

b. $\frac{-1}{2}$

c. 0

11. $f(0) = 3$ y $f'(0) = 7$.

Cap. 9: Integrales

Sección: Analizar – Discutir – Resolver

Título: El concepto de integral y el cálculos de áreas

Página 188

1. **a.** 135 km/h **b.** $d(t) = \frac{9}{2}t^2$ **c.** 1012,5 km

2. **a.** F(x) es una función primitiva de f(x).
   b. F(x) no es una función primitiva de f(x).
   c. F(x) es una función primitiva de f(x).
   d. F(x) no es una función primitiva de f(x).
   e. F(x) es una función primitiva de f(x).

Página 189

3. Las funciones de los ítems **b.** y **e.** son funciones primitivas de g(x).

4. $F(x) = 5 \ln x - \frac{2}{3}x^{-2/3} - \frac{1}{x^2} + \frac{29}{3}$

5. $H(x) = x - \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + \frac{13}{4}$

6. **a.** $A(x) = e^x + \cos x + \frac{3}{4}x^{4/3} + k,\ k \in \mathbb{R}$

   b. $B(x) = -\cos x + \frac{3}{2}x^{2/3} + 2\ln|x| + k,\ k \in \mathbb{R}$

   c. $C(x) = \frac{7}{9}x^9 - \frac{5}{8}x^8 - \frac{2}{7}x^7 - \frac{5}{2}x^4 + 2x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x + k,\ k \in \mathbb{R}$

7. **a.** 30
   b. 35,625

Página 190

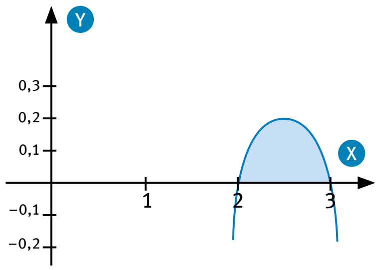
8. **a.** 150
   b. 144,375

9. **a.** $A'(t) = t^4$
   b. $B'(t) = t^3$
   c. $C'(t) = 2t\cos t^2$

10. **a.** La función H(x) no tiene máximos relativos y posee un mínimo relativo en t = −5.
    b. La función J(x) tiene un máximo relativo en t = 2 y un mínimo relativo en t = 4.

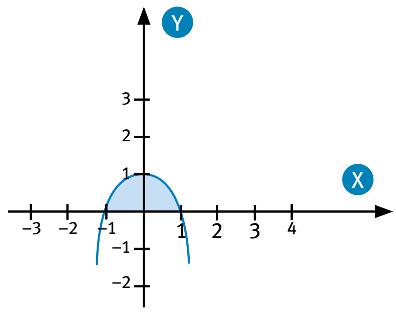
Página 191

11. **a.**



El área de la región sombreada es $\frac{1}{6}$.

b.

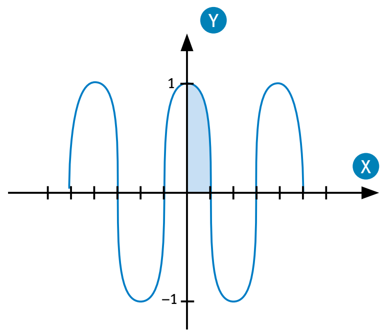


El área de la región sombreada es $\frac{8}{5}$.

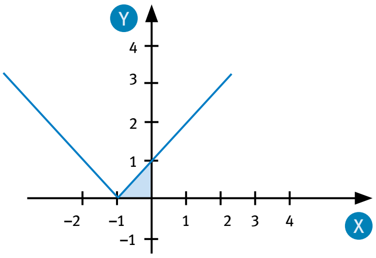
12. $A(x) = \frac{x^3}{3} + 10x$

13. a = 1

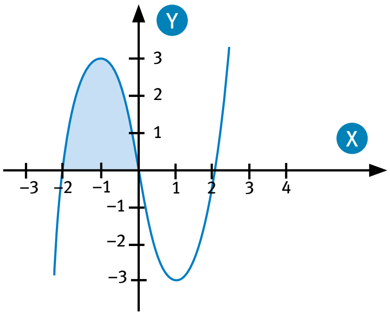
14. **a.** A = 1



b. A = 0,5



c. A = 4



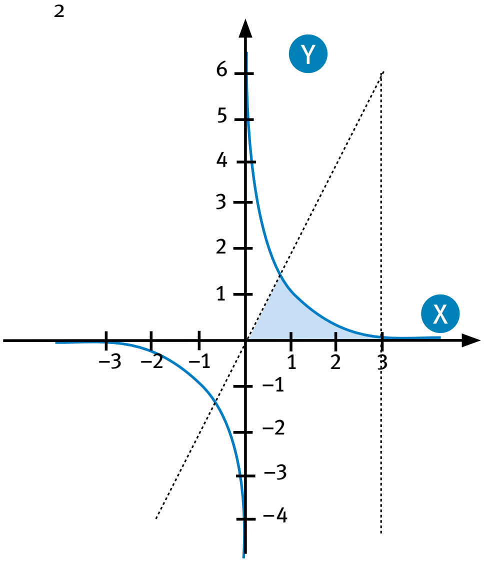
Página 192

15. **a.** 0 **b.** 1116 **c.** 0

16. **a.** No coincide, pues f(x) es negativa entre x = 0 y x = 9.

b. Sí coincide, ya que la función f(x) es continua y positiva en cualquier valor de [−1; 8].

17. $A = \frac{3}{2} + \ln 2$

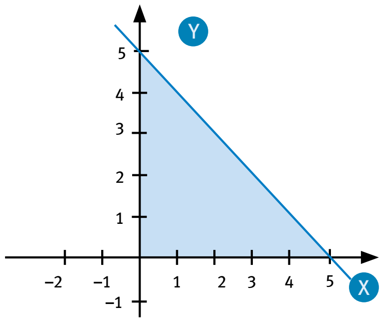


18. 42,5

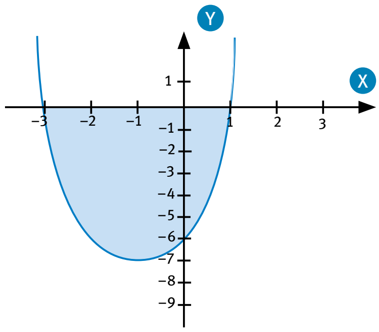
Página 203

Sección: Actividades finales

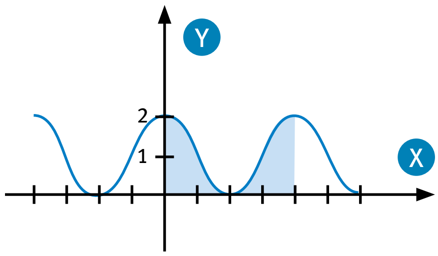
1. **a.** A = 12,5



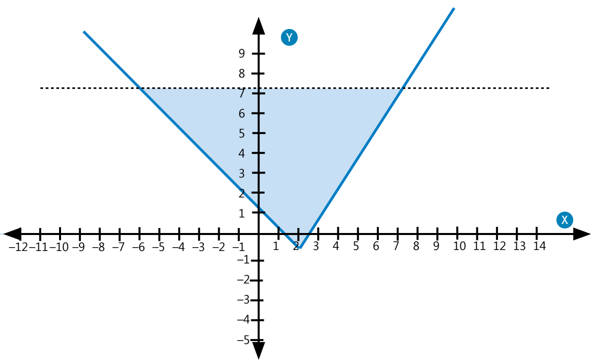
b. $A = \frac{64}{3}$



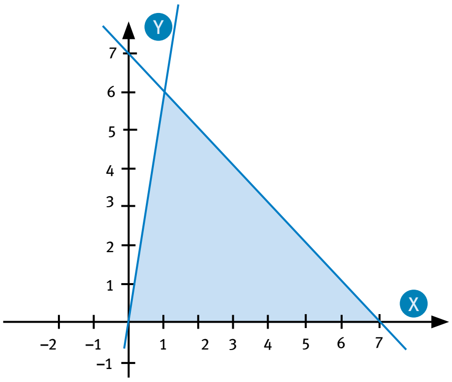
c. A = 2 π



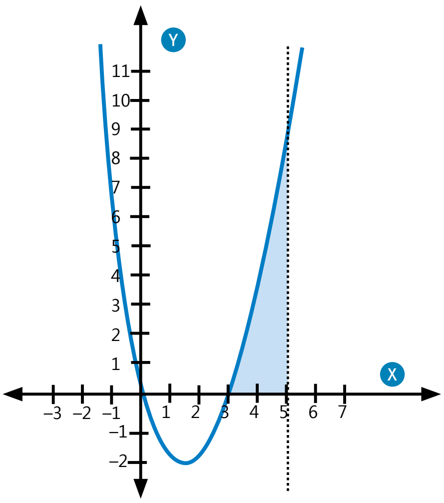
d. A = 36



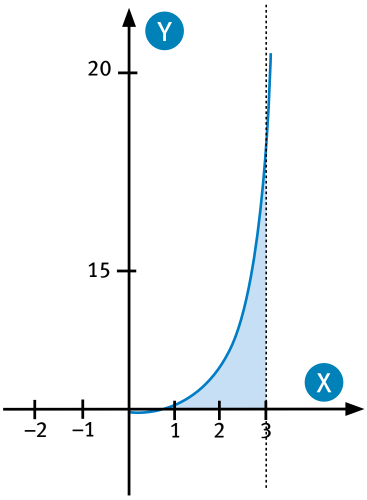
e. A = 21,6



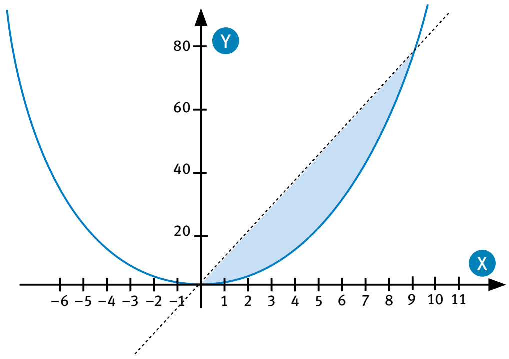
2. **a.** La opción correcta es la II., pues la región encerrada entre el gráfico de f(x), x = 5 y el eje x es la siguiente región sombreada:



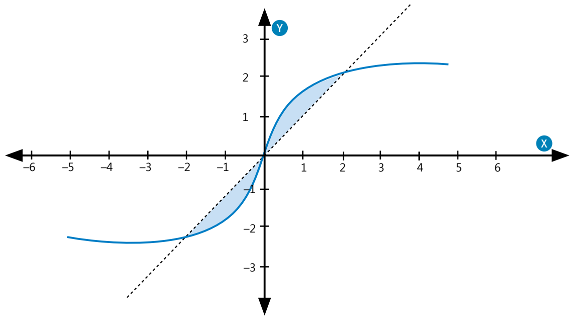
b. La opción correcta es la VI., porque la región comprendida entre el gráfico de f(x), el eje x, x = −1 y x = 3 es la siguiente región sombreada:



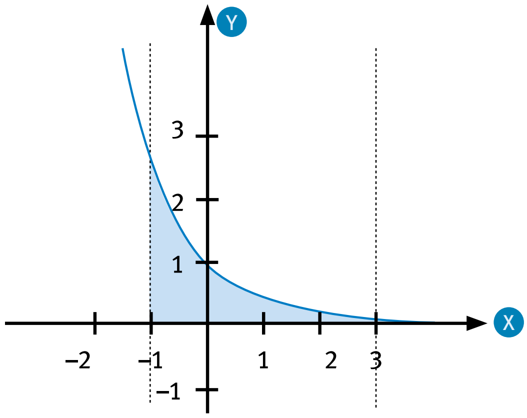
3. **a.** A = 121,5



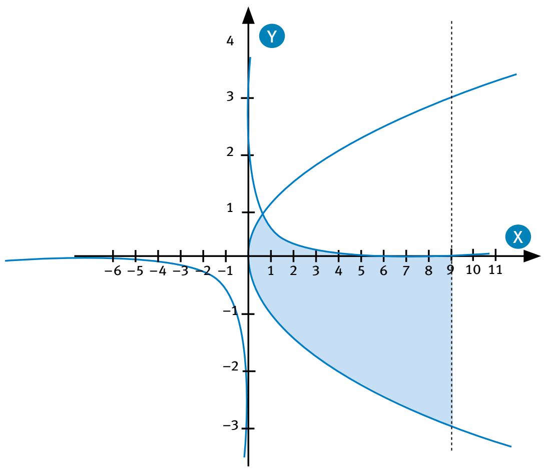
b. A = 0,5



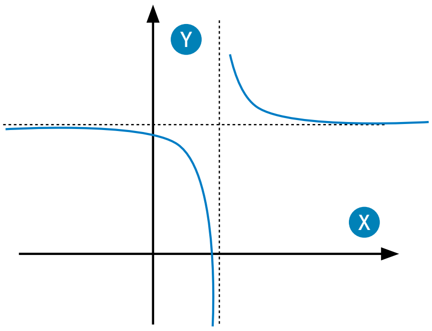
c. $A = e - e^{-3}$



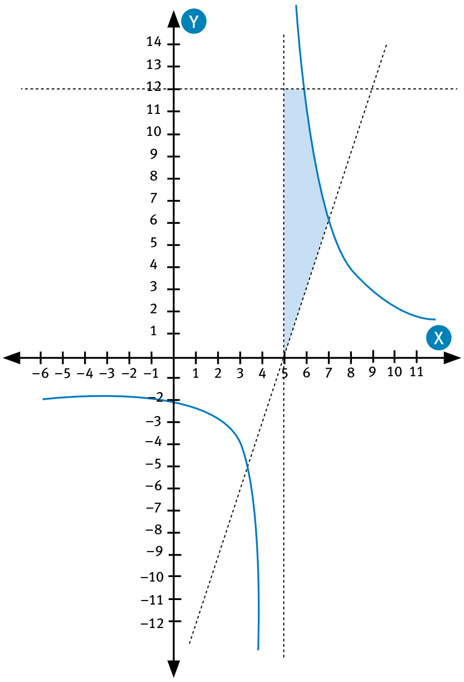
d. $A = \frac{56}{3} + \ln 9$



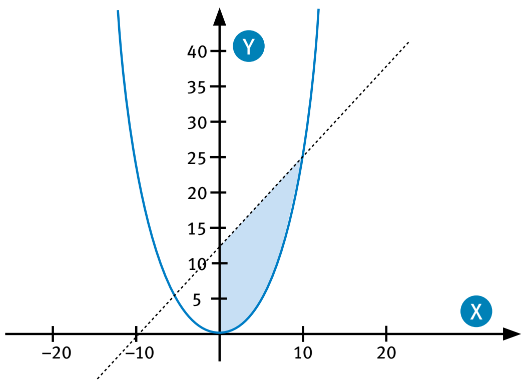
e. $A = 1 + \ln 40$



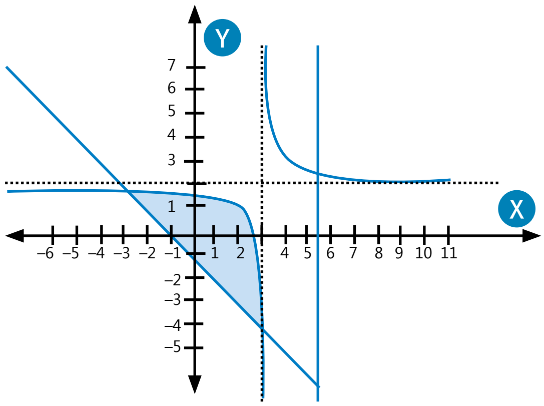
f. $A = 6 + 12 \ln 2$



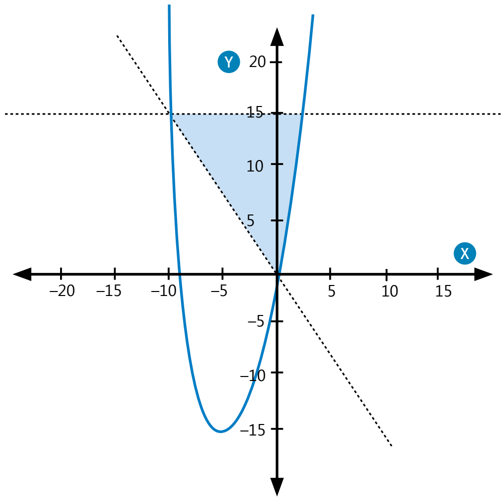
g. $A = \frac{4000}{81}$



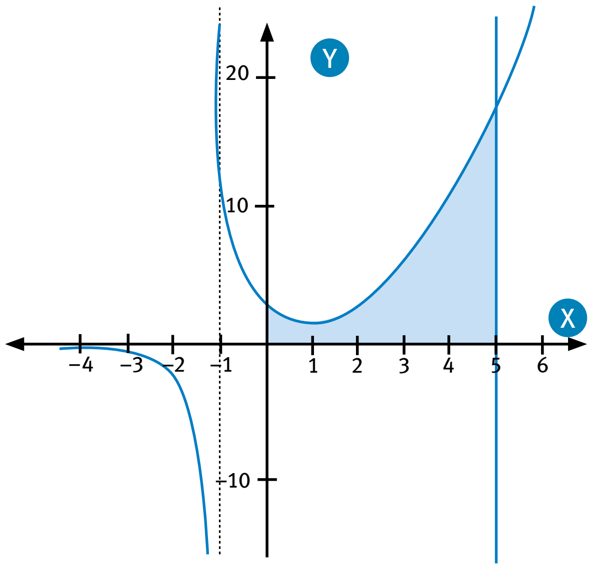
h. $A = \ln(3 - \sqrt{8}) - \ln(3 + \sqrt{8}) + 6\sqrt{8}$



i. $A = 78{,}9375$

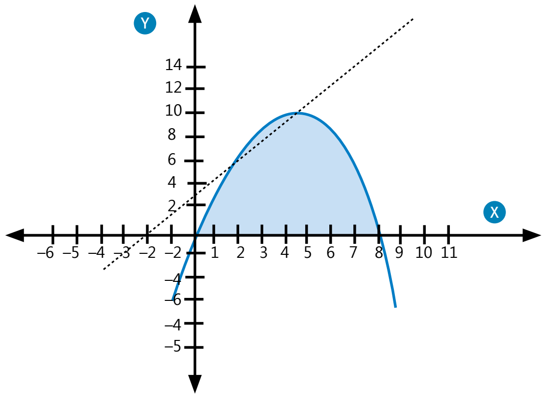


j. $A = \frac{136}{3} + \ln 2$



Página 204

4. **a.**



b. $A_1 = \frac{27}{8}$ $A_2 = \frac{5719}{208}$. El sector más grande es el que tiene como área a A_2.

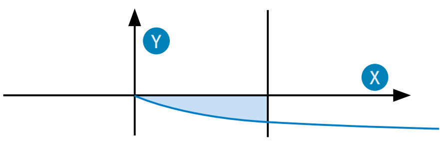
5. **a.** $A'(t) = \ln t$

a. $B'(t) = \frac{1}{t}\int_2^t x^2\,dx + t^2 \ln t = \frac{1}{t}\left(\frac{t^3}{3} - \frac{8}{3}\right) + t^2 \ln t$

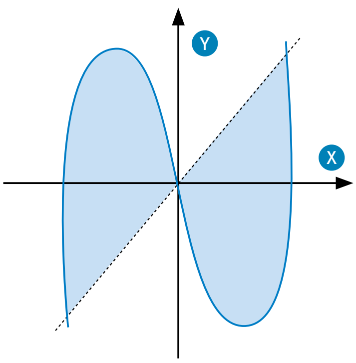
6. $3e^{-2} - 2$

7. La función F(t) tiene un máximo relativo en t = 0 y un mínimo relativo en t = 1.

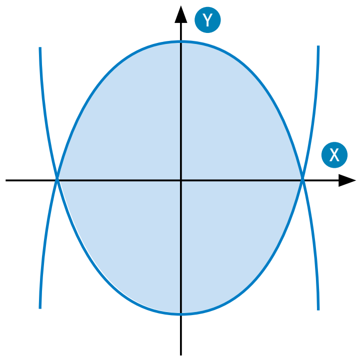
8. a = 9



9. m = 8



10. c = −64



11. 8,5

Cap. 10: Probabilidad y estadística

Sección: Analizar – Discutir – Resolver

Título: Variables aleatorias

Página 206

1. **a.** La variable aleatoria X es continua y su recorrido es R (X) = $\mathbb{R}^+$.

b. La variable aleatoria Y es discreta y su recorrido es R (Y) = $\mathbb{N} \cup \{0\}$.

c. La variable aleatoria Z es discreta y su recorrido es R (Z) = {3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10;...; 18}.

d. La variable aleatoria W es continua y su recorrido es R (W) = $\mathbb{R}^+$.

2. **a.** P (T = 3) = 0,2

b. P (T = 1) = 0,35 ,P (T = 2) = 0,45 y P (T = 3)= 0,2.

3. **a.** $P(N = 3) = \frac{9}{20}$

b. $P(N=1) = \frac{3}{10}$, $P(N=2) = \frac{1}{20}$, $P(N=3) = \frac{9}{20}$ y $P(N=4) = \frac{1}{5}$

Página 207

4. **a.** R (S) = $\mathbb{N}$

b. I. $P(S = 4) = \dfrac{125}{1296}$

II. $P(S = 5) = \left(\dfrac{5}{6}\right)^4 \cdot \dfrac{1}{6}$

III. $P(S = 5) = \left(\dfrac{5}{6}\right)^6 \cdot \dfrac{1}{6}$

c. $P(S = n) = \left(\dfrac{5}{5}\right)^{n-1} \cdot \dfrac{1}{6}$, donde $n \in \mathbb{N}$

5. **a.** $P(X = 1) = \dfrac{3}{10}$

b. $P(X = 2) = \dfrac{1}{2}$

c. $P(X = 3) = \dfrac{1}{6}$

6.

r	10	15	25	34
$h_x(r)$	0,5	0,1	0,2	0,2

7. **a.** La función $f_x(r)$ es la función de densidad de una variable aleatoria X, porque $f_x(r) \geq 0$ para cualquier valor de r y, además, el área bajo el gráfico de $f_x(r)$ y por sobre R (X) es 1.

b. La función $f_x(r)$ no es la función de densidad de una variable aleatoria X, pues el área bajo el gráfico de $f_x(r)$ y por sobre R (X) no es 1.

Página 208

8. **a.** $P(X < 6) = \dfrac{1}{9}$

b. $P(5 < X < 9) = \dfrac{2}{3}$

c. $P(X > 1) = 1$

d. $P(X < 3) = 0$

e. $P(X \geq 10) = 0$

9. **a.** $a = \dfrac{1}{50}$

b. $F_x(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ \dfrac{t^2}{100} & \text{si} \quad 0 \leq 1 \leq 10 \\ 1 & \text{si} \quad t > 10 \end{cases}$

c. $P(X > 7) = 0{,}51$ y $P(1 < X < 9) = 0{,}8$.

10. **a.** $a = \dfrac{2}{17}$

b. $P(0{,}5 < X < 5) = \dfrac{35}{68}$

11. **a.** $P(5 < X < 8) = \dfrac{3}{5}$

b. $P(X < 6) = \dfrac{2}{5}$

c. $P(X > 7) = \dfrac{2}{5}$

d. $F_x(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 4 \\ \dfrac{1}{5}(t-4) & \text{si} \quad 4 \leq t \leq 9 \\ 1 & \text{si} \quad t > 9 \end{cases}$

Página 209

12. $\mu = 1{,}92$ y $v = 0{,}6136$.

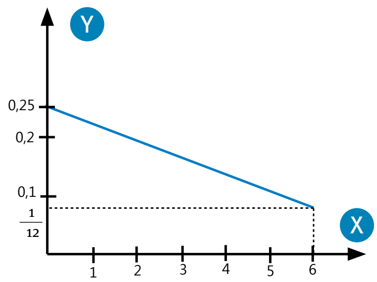
13. **a.** $f_x(r) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad r < 0 \\ 3 & \text{si} \quad 0 \leq r \leq \dfrac{1}{3} \\ 0 & \text{si} \quad r > \dfrac{1}{3} \end{cases}$

b. $\mu = \dfrac{1}{6}$ y $\sigma = \sqrt{\dfrac{1}{108}}$

14. **a.** $m = \dfrac{1}{36}$

b. $\mu = 2{,}5$ y $v = 90{,}11$.

c.



d. I. $P(X < 3) = \dfrac{5}{8}$

II. $P(3 < X < 5) = \dfrac{5}{18}$

Página 210

15. **a.** 0,0548 **b.** 0,9918 **c.** 0

16. **a.** 73,24% **b.** 0% **c.** 50%

17. **a.** 114 **b.** 4411 **c.** 70

18. En la categoría A no hay docentes, en la B hay 168 y en la C hay 32.

19. 52,64 kg

20. **a.** $\sigma = 2{,}344$ **b.** 19,77%

21. 2211

22. La calificación sobresaliente se otorgó a partir de la nota 6,78.

Página 222

Sección: Actividades finales

1. **a.** R(X) = {2; 4; 5; 6; 8}

R(Y) = { 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}

R(Z) = {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}

b.

r	2	4	5	6	8
P (X=r)	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$

r	1	2	3	4	5
P (Y=r)	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$

r	6	7	8	9	10
P (Y=r)	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$

r	0	1	2	3	4
P (Z=r)	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$

r	5	6	7	8	9
P (Z=r)	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

c. I. $P(1 < X < 5) = \frac{11}{15}$

II. $P(Y > 10) = 0$

III. $P(Z \geq 0) = 1$

IV. $P(1 \leq X \leq 6) = \frac{4}{5}$

V. $P(6 < Y < 8) = \frac{1}{15}$

VI. $P(2 < Z < 10) = \frac{2}{3}$

2. **a.** a = 0,1

b = 0,2

c = 0,3

b. $P(X \geq 12) = 0{,}8$, $P(X > 12) = 0$ y $P(X < 8) = 0$.

3. **a.** La variable aleatoria X es discreta.

b. R(X) = {0; 1; 2, 3; 4}

c.

r	0	1	2	3	4
$H_x(r)$	0,1022	0,36326	0,3814	0,1387	0,014

d. 0,1527

Página 223

4. **a.** 0,2281 **b.** 0,7374 **c.** $1{,}379 \cdot 10^{-7}$

5. **a.** La función $f_x(r)$ no es la función de densidad de una variable aleatoria X.

b. La función $f_x(r)$ no es la función de densidad de una variable aleatoria X.

c. La función $f_x(r)$ es la función de densidad de una variable aleatoria X.

d. La función $f_x(r)$ es la función de densidad de una variable aleatoria X.

6. **a.** I. 12,96%

II. 73,86%

III. 42,07%

b. I. 2592

II. 14772

III. 841

7. **a.** 0,9332

b. 0,0062