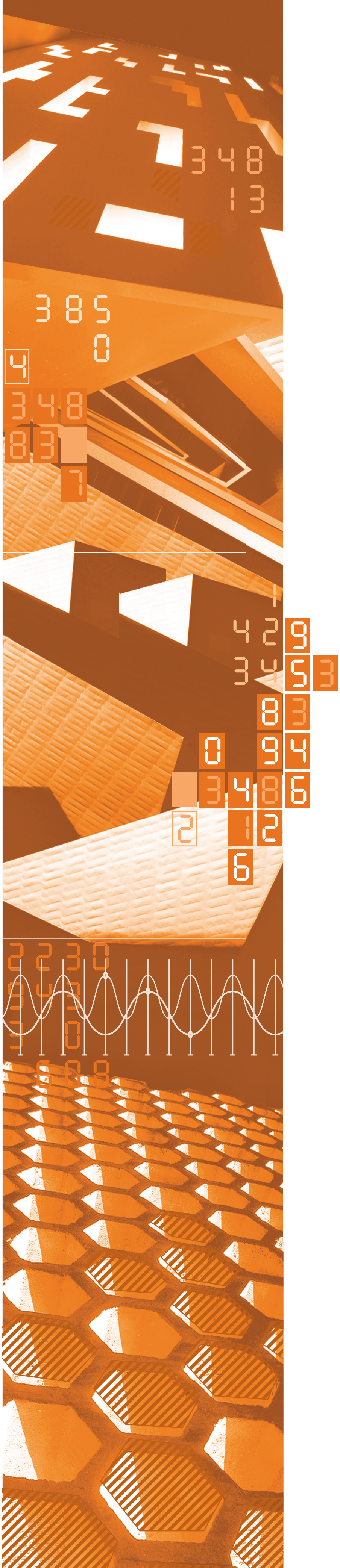


serie enfoques

Matemática II

De la práctica a la formalización

Liliana Edith Kurzrok
Claudia Comparatore
Silvia Viviana Altman

longseller
EDUCACIÓN

Coordinación editorial
Beatriz Grinberg

Edición
María Virginia de Haro

Corrección
Judith Jamschon

Autores
Liliana Edith Kurzrok
Claudia Comparatore
Silvia Viviana Altman

Diseño de maqueta
Pablo Balcells

Diagramación
María José Suares
Christiansen

Diseño e ilustración de tapa
Sebastián Cremonese

Fotografía
Archivo Longseller

Gráficos
María José Suares
Christiansen

Showroom de promoción y ventas
Blanco Encalada 2388
(C1428DDL) CABA Argentina
(011)4706-1235 / 3647
promocion@longseller.com.ar

www.longseller.com.ar

Esta edición se terminó de imprimir en Danfer, Buenos Aires, Argentina, en el mes de Noviembre de 2011.

1º edición

Altman, Silvia Viviana
Matemática II: de la práctica a la formalización II / Silvia Viviana Altman; Claudia Rita Comparatore; Liliana Edith Kurzrok. - 1a ed. - Buenos Aires : Longseller, 2011.
192 p. ; 28x20 cm. - (Enfoques)

ISBN 978-987-683-056-0

1. Matemática . Enseñanza. I. Comparatore, Claudia Rita. II. Kuzrok, Liliana Edith. III. Título.
CDD 510.7

Capítulo 1
Funciones y ecuaciones polinómicas

ANALIZAR–DISCUTIR–RESOLVER 8
- **Funciones polinómicas** 8
- Teorema de Cauchy 8
- Teorema de Bolzano-Weierstrass 9
- Lema de Gauss 12
- Multiplicidad de raíces 12
- Relaciones entre el gráfico y la fórmula 13

USO DE LA COMPUTADORA 19
- **Encontrar raíces no racionales** 20

EXPLICAR–COMPRENDER–FORMALIZAR 22
- **Funciones polinómicas** 22
- Teorema de Cauchy 22
- Ceros y lema de Gauss 27
- Relaciones entre el gráfico y la fórmula 32

ACTIVIDADES FINALES 33

Capítulo 2
Semejanza de figuras y cuerpos

ANALIZAR–DISCUTIR–RESOLVER 36
- **Figuras semejantes** 36
- **Los perímetros de figuras semejantes** 38
- **Las áreas de figuras semejantes** 39
- **Volumen de cuerpos geométricos semejantes** 43

USO DE LA COMPUTADORA 44
- **Construir figuras semejantes** 44

EXPLICAR–COMPRENDER–FORMALIZAR 45
- **Las figuras semejantes** 45
- **Áreas de figuras semejantes** 47
- **Volumen de cuerpos geométricos semejantes** 48

ACTIVIDADES FINALES 49

Capítulo 3
Funciones y ecuaciones racionales

ANALIZAR–DISCUTIR–RESOLVER 52
- **Las funciones racionales** 52

USO DE LA COMPUTADORA 58
- **Las funciones racionales** 58

EXPLICAR–COMPRENDER–FORMALIZAR 59
- **Las funciones racionales** 59
- Función de proporcionalidad inversa 59
- Asíntotas 61
- **Funciones homográficas** 63
- **Las funciones racionales** 67

ACTIVIDADES FINALES 69

Capítulo 4
Lugar geométrico. Circunferencia, elipse e hipérbola

ANALIZAR–DISCUTIR–RESOLVER 72
- **Lugar geométrico** 72
- **Circunferencia** 73
- **Elipse** 76
- **Hipérbola** 81
- **Secciones cónicas** 83

USO DE LA COMPUTADORA 84

EXPLICAR–COMPRENDER–FORMALIZAR 85
Lugar geométrico 85
Circunferencia 85
Elipse 87
Hipérbola 92
Secciones cónicas 96

ACTIVIDADES FINALES 97

Capítulo 5

Funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas

ANALIZAR–DISCUTIR–RESOLVER 100
Funciones exponenciales 100
Logaritmos 104
Ecuaciones exponenciales y logarítmicas 110

USO DE LA COMPUTADORA 113
Resolver ecuaciones con un graficador 113

EXPLICAR–COMPRENDER–FORMALIZAR 115
Función exponencial 115
Propiedades 116
Logaritmos 120
Propiedades de los logaritmos 121
Ecuaciones exponenciales y logarítmicas 123

ACTIVIDADES FINALES 125

Capítulo 6

Sucesiones

ANALIZAR–DISCUTIR–RESOLVER 128
Progresiones aritméticas y geométricas 128
Suma de los n primeros términos de una progresión 130
Sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes 135
Sucesiones definidas por recurrencia 138

USO DE LA COMPUTADORA 141

EXPLICAR–COMPRENDER–FORMALIZAR 142
Progresiones aritméticas y geométricas 142
Suma de los n primeros términos de una progresión 144
Sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes 149
Sucesiones definidas por recurrencia 154

ACTIVIDADES FINALES 155

Capítulo 7

Estadística

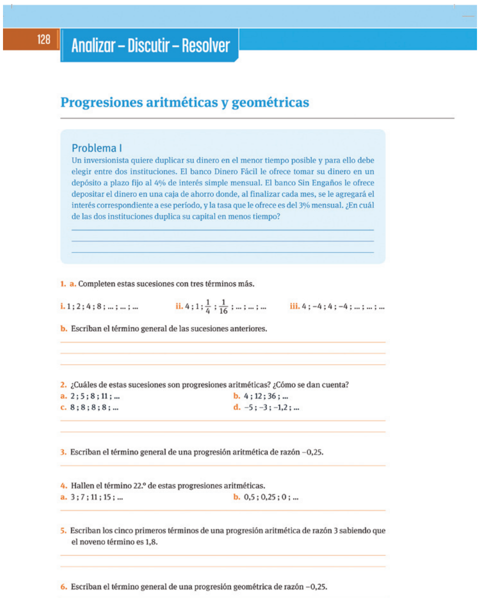
ANALIZAR–DISCUTIR–RESOLVER 158
Medidas de tendencia central 158
Variables continuas 164
Medidas de dispersión 165

USO DE LA CALCULADORA 170
Usar la calculadora 170

EXPLICAR–COMPRENDER–FORMALIZAR 171
Medidas de tendencia central 171
Media aritmética 175
Propiedades de la media aritmética 177
Mediana 178
Variable continua y variable discreta 179
Intervalo de clase 179
Medidas de dispersión 182

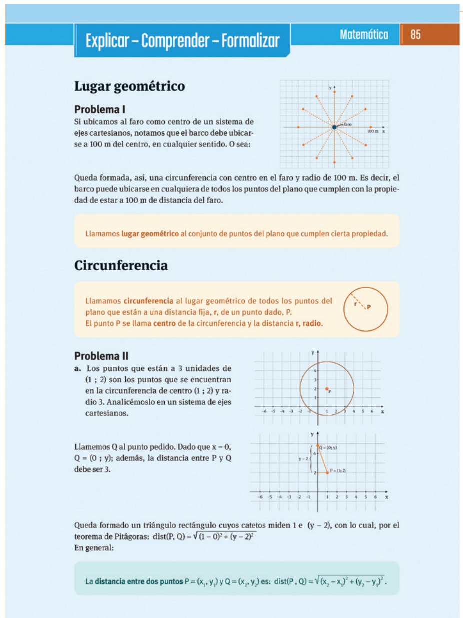
ACTIVIDADES FINALES 185

ANALIZAR–DISCUTIR–RESOLVER



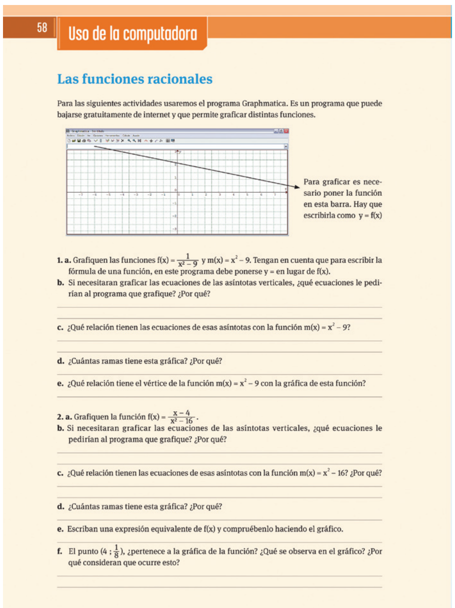
Problemas para introducir los contenidos y trabajar los posibles caminos de resolución.

EXPLICAR–COMPRENDER–FORMALIZAR



Contenidos, conceptos teóricos y modelos explicativos a partir de los problemas centrales.

USO DE LA COMPUTADORA



Introducción al uso de las nuevas tecnologías y su aplicación en el campo de la matemática.

ACTIVIDADES FINALES

Actividades orientadas a poner en juego los conocimientos adquiridos a lo largo del capítulo.

1

Funciones y ecuaciones polinómicas

Al modelizar situaciones de diversa índole, se trata de que las funciones involucradas sean polinómicas debido a las características y la ductilidad de estas. En este capítulo, analizaremos algunas de sus propiedades.

Funciones polinómicas

Teorema de Cauchy

Problema I

En un laboratorio deciden medir la temperatura, en grados, de una sustancia durante cierto día, comenzando a las 6 de la mañana. Aproximaron los datos con la fórmula $f(t) = 0{,}01\ t^3 - 0{,}36\ t^2 + 2{,}88\ t$, donde **t** es el tiempo medido en horas desde el inicio de la medición.

a. ¿A qué hora la temperatura era sobre cero?

b. ¿A qué hora la temperatura era bajo cero?

c. ¿En algún momento la temperatura fue de 6º?

1. ¿Se puede afirmar que existe un valor de **x** para el cual la función polinómica $f(x) = x^3 + x^2 + x + 2$, verifica que $f(x) = 2{,}8$? Expliquen por qué.

2. La altura sobre el nivel del mar a la que vuela un globo aerostático está dada por la función $f(t) = t \cdot (t^2 - 10\ t + 25)$, donde t representa los días de viaje.

a. ¿A qué altura estará el globo a los 3 días de salir?

b. Tracen un gráfico aproximado de la altura del globo en función de los días de viaje.

c. ¿Cuál es el dominio de dicha función?

d. ¿Estuvo el globo en algún momento a 18 m sobre el nivel del mar? ¿Por qué?

Teorema de Bolzano-Weierstrass

Problema II

Encuentren los ceros y determinen el gráfico que corresponde a cada función. Expliquen en qué se basan para justificar su elección.

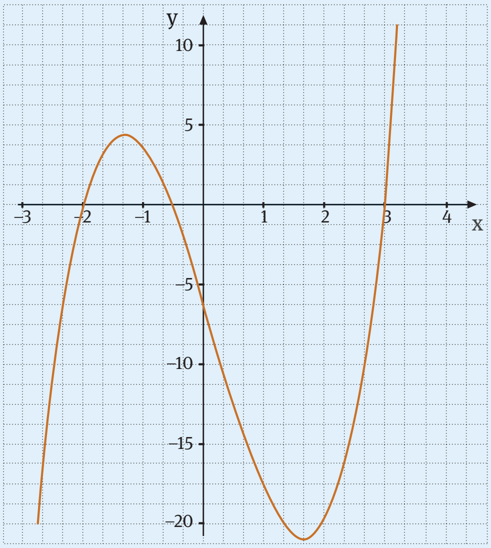
$f_1(x) = (x - 3)\,(2x + 1)\,(x + 2)$

$f_2(x) = -2\,(x - 3)^2\,(2x + 1)\,(x + 2)^2$

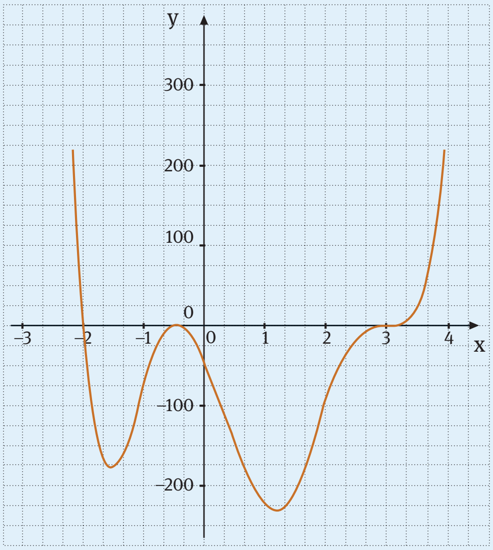
$f_3(x) = (x - 3)^3\,(2x + 1)^2\,(x + 2)$

$f_4(x) = -3\,(x - 3)^2\,(2x + 1)^3\,(x + 2)$

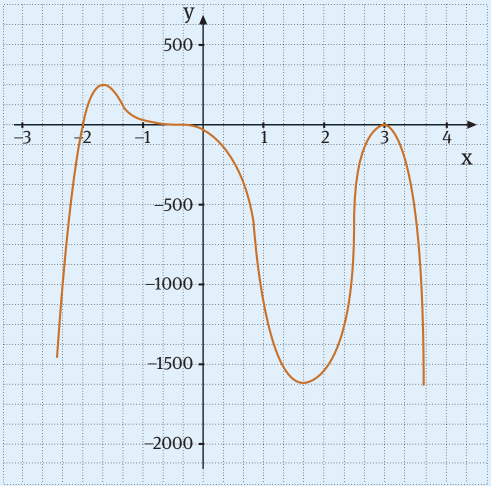
a.



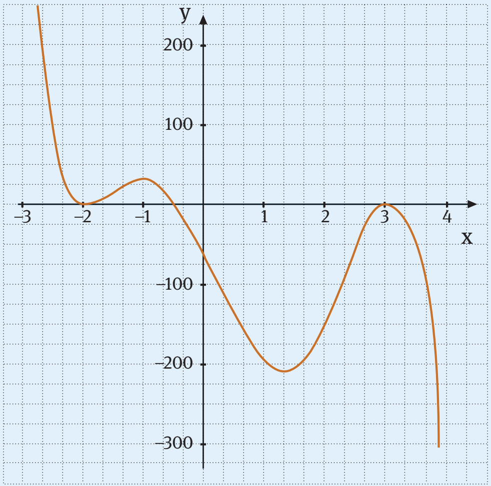
b.



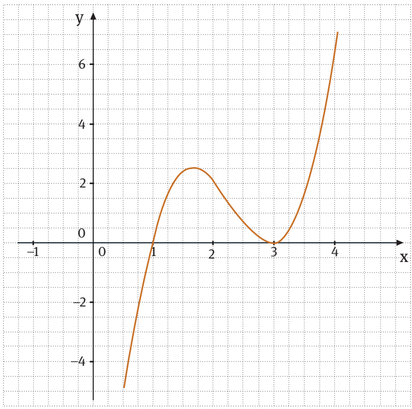
c.



d.



3. Indiquen si es posible que el siguiente gráfico corresponda a la fórmula $f(x) = -2\,(x - 1)\,(x + 3)^2$. Expliquen su decisión.



4. Grafiquen estas funciones polinómicas.

a. $f(x) = 9\,x^3 - 3$

b. $g(x) = (x - 3)\,(x + 5)\,(x - 1)$

c. $h(x) = x^4 - 2x^3$

d. $t(x) = -2\,(x - 1)^3\,(x + 3)^2\,(x - 5)$

Problema III

Busquen un graficador en la computadora. Puede ser Graphmatica, GeoGebra, Winplot, etc. Analicen diferencias y similitudes de las funciones $f(x) = x^n$ para cualquier número natural **n**. Determinen ceros, positividad y negatividad cuando **n** es par y cuando es impar.

5. Encuentren dominio, ordenada al origen, ceros, y conjunto de positividad y de negatividad de estas funciones. Grafíquenlas en la carpeta o con la computadora. Indiquen el corrimiento correspondiente respecto de la función $f(x) = x^9$.

a. $G(x) = 2\,x^9$

b. $H(x) = -x^9 + 2$

c. $R(x) = x^9 - 4$

d. $P(x) = 3x^9 - 6$

6. Encuentren dominio, ordenada al origen, ceros, conjunto de positividad y negatividad de estas funciones. Grafíquenlas en la carpeta o con la computadora. Indiquen el corrimiento correspondiente respecto de la función $f(x) = x^6$.

a. $G(x) = 3\,x^6$

b. $H(x) = -2x^6 + 2$

c. $R(x) = 8x^6 - 4$

d. $P(x) = 3x^6 - 6$

7. A partir de las conclusiones obtenidas en el análisis de las gráficas de $f(x) = x^9$ y $f(x) = x^6$, completen la siguiente tabla, explicando cada paso.

Fórmula	$f(x) = x^n$, n par	$f(x) = x^n$, n impar
Forma aproximada de la gráfica		
Dominio		
Ordenada al origen		
Ceros		
C^+		
C^-		
Intervalos de crecimiento		
Intervalos de decrecimiento		
Imagen		

8. Dadas las siguientes funciones, hallen: dominio, intersección con los ejes, intervalos de positividad y de negatividad, y gráfico aproximado.

a. $f(x) = 9\,x^3 - 3$

b. $g(x) = (x - 3)\,(x + 5)\,(x - 1)$

c. $h(x) = x^4 - 2x^3$

d. $k(x) = -3\,(x + 3)\,(x - 5)\,(x + 1)$

Lema de Gauss

Problema IV

En el libro *Matemática IV* planteamos este problema.

En el club del barrio quieren instalar una pileta de natación rectangular. El arquitecto dijo que para que el diseño sea armonioso, la pileta debe tener el doble de largo que de ancho, y los entendidos opinan que la profundidad debe ser la mitad del ancho.

Para hacer un presupuesto, averiguan que el material para las paredes y el piso cuesta \$75 el m², la soldadura para las juntas, \$40 el m; la excavación y colocación, \$50 el m³, y el traslado de materiales, \$100.

La función que representa el costo, en pesos, en función del ancho de la pileta, en metros, es $C(x) = 50x^3 + 375x^2 + 320x + 100$.

¿Cuáles son las medidas de la pileta que se puede hacer con \$52.260?

Multiplicidad de raíces

Problema V

Encuentren ceros, positividad y negatividad de las siguientes funciones polinómicas.

a. $P(x) = 3x^4 - 12x^3 + 9x^2 + 12x - 12$

b. $P(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$

9. Encuentren los ceros de las siguientes funciones polinómicas.

a. $f(x) = 2x^3 - x^2 + 2 - 4x$

b. $g(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 4$

c. $h(x) = 60x^3 - 67x^2 + 21x - 2$

10. Escriban las fórmulas de estas funciones, de manera equivalente, como producto de polinomios de grado menor.

a. $P(x) = (7x - 3)\,(x^2 - 8)\,(2x^5 + 7x^4 - \frac{25}{2}x^3 - \frac{15}{4}x^2)$

b. $P(x) = (5x^2 - 1)\,(3x^3 + 14x^2 + 3x + 10)$

c. $F(x) = -24x^3 - 8x^2 + 6x + 2$

d. $R(x) = 81x^4 - 16$

e. $T(x) = -3x^5 - 2x^4 - 11x^3 - 8x^2 + 4x$

Las páginas 14 a las 192
no están disponibles.